

---

# ФІЗИЧНІ, ХІМІЧНІ ТА ІНШІ ЯВИЩА, НА ОСНОВІ ЯКИХ МОЖУТЬ БУТИ СТВОРЕНІ СЕНСОРИ

---

## PHYSICAL, CHEMICAL AND OTHER PHENOMENA, AS THE BASES OF SENSORS

---

---

УДК 538.91  
PACS 73.21.-b, 73.40.Gk

### РОЛЬ ДВОФОТОННИХ ЕЛЕКТРОННИХ ПЕРЕХОДІВ У РОБОТІ КВАНТОВИХ ЛАЗЕРІВ

*М. В. Ткач, Ю. О. Сеті, І. В. Бойко, М. В. Паньків*

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, кафедра теоретичної фізики,  
вул. Коцюбинського, 2, Чернівці 58012; e-mail: ktf@chnu.edu.ua

### РОЛЬ ДВОФОТОННИХ ЕЛЕКТРОННИХ ПЕРЕХОДІВ У РОБОТІ КВАНТОВИХ ЛАЗЕРІВ

*М. В. Ткач, Ю. О. Сеті, І. В. Бойко, М. В. Паньків*

**Анотація.** У наближенні ефективних мас та прямокутних потенціальних ям і бар'єрів для електрона на основі аналітично знайдених розв'язків повного рівняння Шредінгера розвинена теорія динамічної провідності трибар'єрної резонансно-тунельної наноструктури у слабкому електромагнітному полі з урахуванням двофотонних електронних переходів з різними частотами. Показано, що вклад двофотонних електронних переходів з випромінюванням електромагнітних хвиль у загальну величину динамічної провідності в оптимальних конфігураціях трибар'єрної наноструктури може досягати 40%.

**Ключові слова:** резонансно-тунельна структура, квантовий лазер, квантовий детектор, динамічна провідність.

### ROLE OF TWO-PHOTON ELECTRONIC TRANSITIONS IN OPERATION OF QUANTUM CASCADE LASERS

*M. V. Tkach, Ju. O. Seti, I. V. Boyko, M. V. Pan'kiv*

**Abstract.** The theory of dynamic conductivity of three-barrier resonant tunneling structure in weak electromagnetic field taking into account two-photon electronic transitions with different frequencies is developed within the approximation of effective mass and rectangular potential wells and barriers for the electron using the analytically obtained solutions of complete Schrodinger equation. It is shown that

the contribution of two-photon electronic transitions into the total magnitude of dynamic conductivity for some configurations of resonant tunneling structure can approach 40% for the transitions with radiation of electromagnetic wave.

**Keywords:** resonant tunneling structure, quantum laser, quantum detector, the dynamic conductivity.

## РОЛЬ ДВУХФОТОННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПЕРЕХОДОВ В РАБОТЕ КВАНТОВЫХ ЛАЗЕРОВ

*Н. В. Ткач, Ю. А. Сети, И. В. Бойко, М. В. Панькив*

**Аннотация.** В приближении эффективных масс и прямоугольных потенциальных ям и барьеров для электрон на основе аналитически найденных решений полного уравнения Шредингера развита теория динамической проводимости трехбарьерной резонансно-туннельной наноструктуры в слабом электромагнитном поле с учетом двухфотонных электронных переходов с различными частотами. Показано, что вклад двухфотонных электронных переходов с излучением электромагнитных волн в общую величину динамической проводимости в оптимальных конфигурация трехбарьерной наноструктуры может достигать 40%.

**Ключевые слова:** резонансно-туннельная структура, квантовый лазер, квантовый детектор, динамическая проводимость.

### 1. Вступ

У сучасних квантових каскадних лазерах (ККЛ) [1, 2] і квантових каскадних детекторах (ККД) [3, 4] активними робочими елементами є плоскі багатопшарові напівпровідникові резонансно-тунельні структури (РТС). За умов збереження когерентності електронного потоку робочі характеристики згаданих наноприладів, в значній мірі, визначаються геометричними та фізичними параметрами РТС. Зокрема, вибір геометричного дизайну активної зони окремого каскаду ККЛ і ККД не лише визначає робочу частоту (енергію) цих наноприладів, але й дає ефективний метод оптимізації їх робочих характеристик [5-7], пов'язаних з підсилення величини активної динамічної провідності, що виникає у РТС в електромагнітному полі внаслідок квантових переходів між електронними станами з випромінюванням чи поглинанням електромагнітного поля. Отже, для теоретичного опису фізичних процесів, що відбуваються у каскадах ККЛ чи ККД необхідно враховувати взаємодію електронних потоків з електромагнітним полем, що приводить до відомих математичних ускладнень.

Фотон-супровідне тунелювання електронів крізь відкриту РТС у потужному електромагнітному полі досліджено у роботах [8-10], де виявлено, що у результаті електрон-фотонної взаємодії виникають принципово нові канали прозорості наносистеми. Однак, через складність математичного апарату у цитованих роботах були досліджені лише особливості коефіцієнта прозорості наносистеми. У наближенні слабого електромагнітного поля двофотонні квантові переходи між електронними квазістаціонарними станами з випромінюванням фотонів однакової або різної частоти досліджені в роботах [11, 12] у рамках грубої моделі  $\delta$ -подібних потенціальних бар'єрів РТС та єдиної ефективної маси електрона. Тому основні результати та висновки, отримані у цитованих роботах, мають лише якісний характер і, як відомо [13], не можуть бути основою для побудови теорії оптимізації геометричного дизайну активної зони чи каскаду ККЛ і ККД. Така теорія повинна базуватися на більш реалістичній моделі прямокутних потенціалів та різних ефективних мас електрона у різних середовищах РТС і враховувати не лише енергію робочих електронних станів, але й їх часи життя, величини яких визначають динамічну провідність.

У пропонуваній роботі в моделі ефективних мас електрона та прямокутних потенціальних ям і бар'єрів на основі малосигнального наближення із застосуванням теорії збурень розвинена квантово-механічна теорія активної динамічної провідності трибар'єрної РТС з одно- і двофотонними електронними переходами з різними частотами. На прикладі типової трибар'єрної РТС з  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}$  - ямами та  $\text{In}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  - бар'єрами у залежності від її геометричного дизайну досліджено еволюцію спектральних характеристик електронних станів та динамічної провідності, сформованої одно- і двофотонними квантовими переходами електронів із випромінюванням електромагнітних хвиль. Виявлено геометричні конфігурації трибар'єрної РТС, в яких реалізуються умови ефективної двофотонної лазерної генерації із підсиленням інтенсивності випромінювання до 40%. В таких оптимальних геометричних конфігураціях трибар'єрна РТС може працювати як двочастотний квантовий лазер або, при виконанні деяких додаткових умов, як активна зона ККЛ.

**2. Теорія активної динамічної провідності трибар'єрної РТС у двофотонному малосигнальному наближенні**

У декартовій системі координат розглядається трибар'єрна РТС, розташована так, що вісь OZ є перпендикулярною до меж поділу середовищ наносистеми (рис. 1).

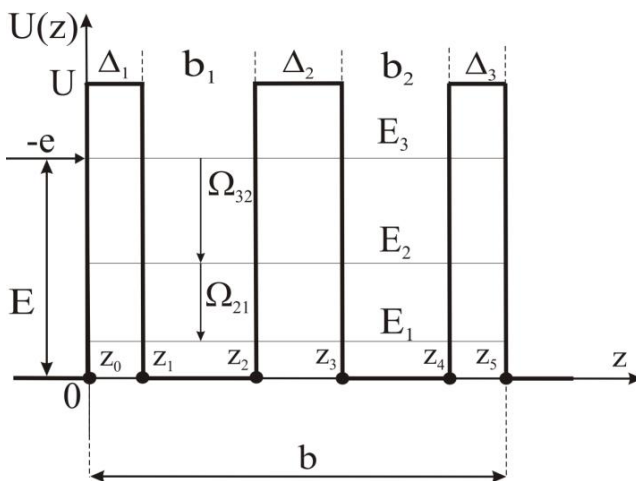


Рис. 1. Геометрична та енергетична схеми трибар'єрної РТС.

З урахуванням незначної різниці між сталими решіток шарів-ям та шарів-бар'єрів для електрона застосовується модель ефективних мас та прямокутних потенціалів:

$$m(z) = m_0 \sum_{p=0}^3 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p})] + m_1 \sum_{p=0}^2 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})] \quad (1)$$

$$U(z) = U \sum_{p=0}^2 [(\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1}))], \quad (2)$$

де  $\theta(z)$  – одинична функція Хевісайда;  $m_0$ ,  $m_1$  – ефективні маси електрона в потенціальних ямах та бар'єрах РТС відповідно;  $U$  – висота потенціальних бар'єрів;  $z_{-1} \rightarrow -\infty$ ,  $z_6 \rightarrow \infty$ .

Уважається, що моенергетичний потік електронів з енергією  $E$  та концентрацією  $n_0$  падає на систему зліва вздовж осі OZ перпендикулярно до площин двоямної РТС. За таких умов хвильова функція  $\Psi(z, t)$  електрона повинна задовольняти повне одномірне рівняння Шредінгера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(z, t)}{\partial t} = [H_0(z) + H(z, t)]\Psi(z, t) \quad (3)$$

де

$$H_0(z) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) \quad (4)$$

– гамільтоніан стаціонарної електронної задачі,

$$H(z, t) = -e[\epsilon_1(e^{i\omega_1 t} + e^{-i\omega_1 t}) + \epsilon_2(e^{i\omega_2 t} + e^{-i\omega_2 t})] \times [z\theta(z) + (z_5 - z)\theta(z - z_5)] \quad (5)$$

– гамільтоніан, що у дипольному наближенні описує взаємодію електрона зі змінним двочастотним електромагнітним полем, яке характеризується частотами  $\omega_1$  і  $\omega_2$  та амплітудами напруженостей його електричних складових  $\epsilon_1$  і  $\epsilon_2$ .

У наближенні слабого сигналу, за умови реалізації двофотонних переходів між електронними станами з випромінюванням та поглинання електромагнітних хвиль, розв'язок рівняння Шредінгера (3) шукається у другому порядку теорії збурень у вигляді:

$$\begin{aligned} \Psi(z, t) = & \Psi_0(z)e^{-i\omega_0 t} + \Psi_{-1}(z)e^{-i(\omega_0 - \omega_1)t} + \\ & + \Psi_{+1}(z)e^{-i(\omega_0 + \omega_1)t} + \Psi_{-2}(z)e^{-i(\omega_0 - \omega_1 - \omega_2)t} + \\ & + \Psi_{+2}(z)e^{-i(\omega_0 + \omega_1 + \omega_2)t}. \end{aligned} \quad (6)$$

У результаті з (3) отримується система рівнянь для визначення хвильової функції  $\Psi_0(z)$  і поправок першого  $\Psi_{\pm 1}(z)$  та другого  $\Psi_{\pm 2}(z)$  порядків відповідно:

$$[H_0(z) - E]\Psi_0(z) = 0, \quad (7)$$

$$[H_0(z) - (E \pm \Omega_1)]\Psi_{\pm 1}(z) =$$

$$= eC_1[z\theta(z) + (z_5 - z)\theta(z - z_5)]\Psi_0(z),$$

$$[H_0(z) - (E \pm (\Omega_1 + \Omega_2))]\Psi_{\pm 2}(z) =$$

$$= eC_2[z\theta(z) + (z_5 - z)\theta(z - z_5)]\Psi_{\pm 1}(z), \quad (9)$$

де  $\omega_0 = E/\hbar$ ,  $\Omega_1 = \hbar\omega_1$ ,  $\Omega_2 = \hbar\omega_2$ .

Розв'язок рівняння (7) знаходиться у кожній з областей ( $p$ ) РТС, а тому функція  $\Psi_0(z)$  може бути записана у компактному вигляді:

$$\begin{aligned} \Psi_0(z) = & \Psi_0^{(0)}(z)\theta(-z) + \Psi_0^{(6)}(z)\theta(z - z_5) + \\ & + \sum_{p=1}^5 \Psi_0^{(p)}(z)[\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = \\ & = (A_0^{(0)}e^{ik_0^{(0)}z} + B_0^{(0)}e^{-ik_0^{(0)}z})\theta(-z) + \\ & + A_0^{(6)}e^{ik_0^{(6)}(z - z_5)}\theta(z - z_5) + \\ & + \sum_{p=1}^5 [A_0^{(p)}e^{ik_0^{(p)}(z - z_{p-1})} + B_0^{(p)}e^{-ik_0^{(p)}(z - z_{p-1})}] \times \\ & \times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)], \end{aligned} \quad (10)$$

де

$$k_0^{(0)} = k_0^{(2)} = k_0^{(4)} = k_0^{(6)} = \sqrt{\frac{2m_0 E}{\hbar^2}}; \quad (11)$$

$$k_0^{(1)} = k_0^{(3)} = k_0^{(5)} = \sqrt{\frac{2m_1(E - U)}{\hbar^2}}.$$

Визначена згідно (10) хвильова функція  $\Psi_0(z)$  задовольняє умову нормування

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_0^*(k', z)\Psi_0(k, z)dz = \delta(k - k') \quad (12)$$

і дозволяє виконати аналітичний розрахунок функції розподілу густини ймовірності знаходження електрона у межах РТС

$$W(E) = \frac{1}{z_5} \int_0^{z_5} |\Psi_0(E, z)|^2 dz, \quad (13)$$

яка визначає [13] характеристики електронних квазістаціонарних станів – резонансні енергії ( $E_n$ ) та часи життя ( $\tau_n$ ).

Розв'язки рівняння (8) мають вигляд суперпозиції функцій:

$$\Psi_{\pm 1}(z) = \psi_{\pm 1}(z) + \Phi_{\pm 1}(z) \quad (14)$$

де

$$\begin{aligned} \psi_{\pm 1}(z) = & \psi_{\pm 1}^{(0)}(z)\theta(-z) + \psi_{\pm 1}^{(6)}(z)\theta(z - z_5) + \\ & + \sum_{p=1}^5 \psi_{\pm 1}^{(p)}(z)[\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = \\ & = B_{\pm 1}^{(0)}e^{-ik_{\pm 1}^{(0)}z}\theta(-z) + A_{\pm 1}^{(6)}e^{ik_{\pm 1}^{(6)}(z - z_5)}\theta(z - z_5) + \\ & + \sum_{p=1}^5 [A_{\pm 1}^{(p)}e^{ik_{\pm 1}^{(p)}(z - z_{p-1})} + B_{\pm 1}^{(p)}e^{-ik_{\pm 1}^{(p)}(z - z_{p-1})}] \times \\ & \times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] \end{aligned} \quad (15)$$

– розв'язки однорідних рівнянь (8),

$$\begin{aligned} \Phi_{\pm 1}(z) = & \sum_{p=1}^5 \Phi_{\pm 1}^{(p)}(z)[\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] + \\ & + \Phi_{\pm 1}^{(6)}(z)\theta(z - z_5) = \end{aligned} \quad (16)$$

$$= \sum_{p=1}^5 \left[ \mp \frac{U_1}{\Omega_1} \frac{z}{z_5} \Psi_0^{(p)}(z) + \frac{\hbar^2 U_1}{m_p z_5 \Omega_1^2} \frac{d\Psi_0^{(p)}(z)}{dz} \right] \times$$

$$\times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] \mp \frac{U_1}{\Omega_1} \Psi_0^{(6)}(z)\theta(z - z_5)$$

– розв'язки неоднорідних рівнянь (8),

$$U_1 = eC_1 z_5,$$

$$k_{\pm 1}^{(0)} = k_{\pm 1}^{(2)} = k_{\pm 1}^{(4)} = k_{\pm 1}^{(6)} = \sqrt{\frac{2m_0(E \pm \Omega_1)}{\hbar^2}}; \quad (17)$$

$$k_{\pm 1}^{(1)} = k_{\pm 1}^{(3)} = k_{\pm 1}^{(5)} = \sqrt{\frac{2m_1[(E - U) \pm \Omega_1]}{\hbar^2}}.$$

Розв'язки рівнянь (9) також шукаються у вигляді суперпозиції функцій:

$$\Psi_{\pm 2}(z) = \psi_{\pm 2}(z) + \Phi_{\pm 2}(z), \quad (18)$$

де

$$\begin{aligned} \psi_{\pm 2}(z) &= \psi_{\pm 2}^{(0)}(z)\theta(-z) + \psi_{\pm 2}^{(6)}(z)\theta(z-z_5) + \\ &+ \sum_{p=1}^5 \psi_{\pm 2}^{(p)}(z) [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] = \\ &= B_{\pm 2}^{(0)} e^{-ik_{\pm 2}^{(0)}z} \theta(-z) + A_{\pm 2}^{(6)} e^{ik_{\pm 2}^{(6)}(z-z_5)} \theta(z-z_5) + \\ &+ \sum_{p=1}^5 [A_{\pm 2}^{(p)} e^{ik_{\pm 2}^{(p)}(z-z_{p-1})} + B_{\pm 2}^{(p)} e^{-ik_{\pm 2}^{(p)}(z-z_{p-1})}] \times \\ &\times [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\pm 2}(z) &= \sum_{p=1}^5 \Phi_{\pm 2}^{(p)}(z) [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] + \\ &+ \Phi_{\pm 2}^{(6)}(z)\theta(z-z_5) = \\ &= \sum_{p=1}^5 \left[ \frac{U_1 U_2}{\Omega_1(\Omega_1 + \Omega_2)} \left( \frac{\hbar^2}{m_p z_5^2} \frac{\Omega_1 + \Omega_2 \mp 4E_0}{(\Omega_1 + \Omega_2)^2} + \left( \frac{z}{z_5} \right)^2 \right) \right. \\ &\left. \Psi_0^{(p)}(z) \mp \frac{\hbar^2}{m z_5^2} \frac{U_1 U_2 (3\Omega_1 + \Omega_2)}{\Omega_1^2 (\Omega_1 + \Omega_2)^2} z \frac{d\Psi_0^{(p)}(z)}{dz} + \right. \\ &\left. + \left( \frac{\hbar^2 \sqrt{U_1 U_2}}{m_p z_5 \Omega_1 (\Omega_1 + \Omega_2)} \right)^2 \frac{d^2 \Psi_0^{(p)}(z)}{dz^2} \mp \frac{U_2}{\Omega_2} \frac{z}{z_5} \Psi_{\pm 1}^{(p)}(z) + \right. \\ &\left. + \frac{\hbar^2 U_2}{m_p z_5 \Omega_2^2} \frac{d\Psi_{\pm 1}^{(p)}(z)}{dz} \right] [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] + \\ &+ \left( \frac{U_1 U_2}{\Omega_1 (\Omega_1 + \Omega_2)} \Psi_0^{(6)}(z) \mp \frac{U_2}{\Omega_2} \Psi_{\pm 1}^{(6)}(z) \right) \theta(z-z_5). \end{aligned} \quad (20)$$

Тут

$$U_2 = eC_2 z_5,$$

$$k_{\pm 2}^{(0)} = k_{\pm 2}^{(2)} = k_{\pm 2}^{(4)} = k_{\pm 2}^{(6)} = \sqrt{\frac{2m_0[E \pm (\Omega_1 + \Omega_2)]}{\hbar^2}}, \quad (21)$$

$$k_{\pm 2}^{(1)} = k_{\pm 2}^{(3)} = k_{\pm 2}^{(5)} = \sqrt{\frac{2m_1[(E-U) \pm (\Omega_1 + \Omega_2)]}{\hbar^2}}.$$

Усі невідомі коефіцієнти

$$A_0^{(0)}, B_0^{(0)}, A_0^{(6)}, A_0^{(p)}, B_0^{(p)}, B_{\pm 1}^{(0)}, A_{\pm 1}^{(6)}, A_{\pm 1}^{(p)}, B_{\pm 1}^{(p)},$$

$B_{\pm 2}^{(0)}, A_{\pm 2}^{(6)}, A_{\pm 2}^{(p)}, B_{\pm 2}^{(p)}$  ( $p = 0 \div 5$ ) однозначно визначаються з умов неперервності хвильової функції  $\Psi(z, t)$  та потоків її густин ймовірності на всіх межах РТС у довільний момент часу  $t$ :

$$\begin{aligned} \Psi^{(p)}(z_p, t) &= \Psi^{(p+1)}(z_p, t); \quad \frac{1}{m_p} \frac{d\Psi^{(p)}(z, t)}{dz} \Big|_{z=z_p} = \\ &= \frac{1}{m_{p+1}} \frac{d\Psi^{(p+1)}(z, t)}{dz} \Big|_{z=z_p}, \end{aligned} \quad (22)$$

що разом з умовою нормування (12) однозначно визначає хвильову функцію  $\Psi_0(z)$  та поправки до неї  $\Psi_{\pm 1}(z)$ ,  $\Psi_{\pm 2}(z)$ , а отже і повну хвильову функцію  $\Psi(z, t)$ .

Розрахувавши густини електронних струмів, які виникають у РТС у результаті квантових переходів під дією електромагнітного поля між електронними станами з випромінюванням чи поглинанням енергії:

$$j_{\pm l}(z) = \frac{ie\hbar n_0}{2m(z)} \left( \Psi_{\pm l}(z) \frac{d\Psi_{\pm l}^*(z)}{dz} - \Psi_{\pm l}^*(z) \frac{d\Psi_{\pm l}(z)}{dz} \right), \quad (l=1, 2) \quad (23)$$

та використовуючи відомий зв'язок [5-7, 14] провідності зі струмом:

$$\sigma^{(l)} = \frac{\Omega}{2beC^2} \{ [j_{+l}(b) - j_{-l}(b)] - [j_{+l}(0) - j_{-l}(0)] \}; \quad (24)$$

аналітично розраховується дійсна частина динамічної провідності  $\sigma$  наносистеми, яку зручно подати у вигляді суми двох парціальних складових:

$$\sigma^{(l)}(\Omega_1, \Omega_2) = \sigma^{(l)}(\Omega_1) + \sigma^{(2)}(\Omega_1, \Omega_2), \quad (25)$$

$$\text{де} \quad \sigma^{(1)}(\Omega_1) = \sigma^{(1)+}(\Omega_1) + \sigma^{(1)-}(\Omega_1), \quad (26)$$

– провідність, знайдена у першому порядку теорії збурень (сформована однофотонними електронними переходами),

$$\sigma^{(2)}(\Omega_1, \Omega_2) = \sigma^{(2)+}(\Omega_1, \Omega_2) + \sigma^{(2)-}(\Omega_1, \Omega_2), \quad (27)$$

– провідність у другому порядку теорії збурень (сформована двофотонними електронними переходами).

Тут

$$\sigma^{(1)+}(\Omega_1) = \frac{e^2 \hbar \Omega_1 z_3 n_0}{2 m_0 U_1^2} \left( k_{+1}^{(6)} |A_{+1}^{(6)}|^2 - k_{-1}^{(6)} |A_{-1}^{(6)}|^2 + \frac{U_1}{2 \Omega_1} (P_{01}^- - P_{01}^+) \right), \quad (28)$$

$$\sigma^{(1)-}(\Omega_1) = \frac{e^2 \hbar \Omega_1 z_5 n_0}{2 m_0 U_1^2} \left( k_{+1}^{(0)} |B_{+1}^{(0)}|^2 - k_{-1}^{(0)} |B_{-1}^{(0)}|^2 \right), \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \sigma^{(2)+}(\Omega_1, \Omega_2) &= \frac{e^2 \hbar (\Omega_1 + \Omega_2) z_5 n_0}{m_0 U_2^2} \left( k_{+2}^{(6)} |A_{+2}^{(6)}|^2 - k_{-2}^{(6)} |A_{-2}^{(6)}|^2 \right) + \\ &+ \frac{U_2}{2 \Omega_2} (P_{12}^- - P_{12}^+) + \\ &+ \frac{U_1 U_2}{2 \Omega_1 (\Omega_1 + \Omega_2)} (P_{02}^+ - P_{02}^-) + \left( \frac{U_2}{\Omega_2^2} \right)^2 \left( k_{+1}^{(6)} |A_{+1}^{(6)}|^2 - k_{-1}^{(6)} |A_{-1}^{(6)}|^2 \right) + \\ &+ \frac{U_1 U_2^2}{2 \Omega_1 \Omega_2 (\Omega_1 + \Omega_2)} (P_{01}^- - P_{01}^+); \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \sigma^{(2)-}(\Omega_1, \Omega_2) &= \frac{e^2 \hbar (\Omega_1 + \Omega_2) z_5 n_0}{m_0 U_2^2} \times \\ &\times \left( k_{+2}^{(0)} |B_{+2}^{(0)}|^2 - k_{-2}^{(0)} |B_{-2}^{(0)}|^2 \right). \end{aligned} \quad (31)$$

$$P_{01}^\mp = \mp (k_0^{(6)} + k_{\pm 1}^6) (A_0^{(6)} A_{\pm 1}^{(6)*} + A_0^{(6)*} A_{\pm 1}^{(6)}); \quad (32)$$

$$P_{02}^\mp = \mp (k_0^{(6)} + k_{\pm 2}^6) (A_0^{(6)} A_{\pm 2}^{(6)*} + A_0^{(6)*} A_{\pm 2}^{(6)}); \quad (33)$$

$$P_{12}^\mp = \mp (k_{\pm 1}^6 + k_{\pm 2}^6) (A_{\pm 1}^{(6)} A_{\pm 2}^{(6)*} + A_{\pm 1}^{(6)*} A_{\pm 2}^{(6)}). \quad (34)$$

Уведені парціальні складові  $\sigma^+$  та  $\sigma^-$  визначають провідності електронних потоків, які спрямовані на вихід ( $\sigma^+(\Omega)$ ) та на вхід ( $\sigma^-(\Omega)$ ) РТС по відношенню до напрямку руху початкового електронного потоку.

Слід відзначити, що динамічна провідність, знайдена у другому порядку теорії збурень, виявляється залежною від напруженостей  $E_1$  і  $E_2$  електричних складових електромагнітного поля, на відміну від провідності у першому порядку збурень, де залежність від напруженості поля відсутня оскільки  $B_{\pm 1}^{(0)}, A_{\pm 1}^{(6)} \sim E_1$ .

### 3. Аналіз отриманих результатів

З фізичних міркувань зрозуміло, що оптимальна робота ККЛ з довільним геометричним дизайном активної зони визначається існуванням у потрібному частотному діапазоні

максимальної величини динамічної провідності  $\sigma^+(\Omega)$ , сформованої прямим електронним потоком, при мінімальних часах життя електрона у робочих станах. Такий підхід, запропонований у роботах [5, 7, 14], до оптимізації геометричного дизайну активних зон і каскадів багатокаскадних наноприладів, що працюють у одномодовому режимі, може бути узагальнений на випадок оптимізації геометричного дизайну робочого елемента ККЛ за умови реалізації двофотонної генерації.

Конкретні розрахунки виконувались на прикладі типових трибар'єрних РТС з  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$  - ямами та  $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$  - бар'єрами з відомими фізичними параметрами:  $n_0 = 10^{16} \text{см}^{-3}$ ;  $m_0 = 0,046 m_e$ ;  $m_1 = 0,089 m_e$ ;  $U = 516 \text{ мВ}$ ,  $m_e$  - маса вільного електрона. Розглядалася трибар'єрна РТС з фіксованою шириною загальної потенціальної ями  $b = b_1 + b_2 = 10,8 \text{ нм}$  і товщиною внутрішнього потенціального бар'єра  $\Delta_2 = 1,5 \text{ нм}$  та трьома різними співвідношеннями між товщинами зовнішніх бар'єрів:  $\Delta_1 = 1,5 \text{ нм}$ ;  $\Delta_3 = 4,5 \text{ нм}$ ;  $\Delta_1 = \Delta_3 = 3 \text{ нм}$ ;  $\Delta_1 = 4,5 \text{ нм}$ ;  $\Delta_3 = 1,5 \text{ нм}$ , за умови, що  $\Delta_1 + \Delta_3 = 6 \text{ нм}$ . Результати розрахунків резонансних енергій ( $E_1, E_2, E_3$ ) перших трьох квазістаціонарних станів електрона та логарифмів часів життя ( $\tau_1, \tau_2, \tau_3$ ) електрона у цих станах у залежності від положення  $b_1$  внутрішнього бар'єра між зовнішніми бар'єрами у загальній потенціальній ямі трибар'єрної РТС приведено на рис. 2.

З рис. 2а, б, с видно, що залежності резонансних енергій ( $E_n$ ) від  $b_1$  якісно та кількісно однакові для всіх трьох РТС з чітко вираженим ефектом антикросингу енергетичних рівнів. Тому умови оптимізації геометричного дизайну трибар'єрного квантового лазера для отримання випромінювання певних енергій ( $\Omega_{nn'} = E_n - E_{n'}$ ) при переходах між електронними станами з енергіями  $E_n$  та  $E_{n'}$  однакові для систем з різними товщинами зовнішніх бар'єрів.

З рис. 2d, e, f видно, що залежності часів життя ( $\tau_n$ ) електрона у перших трьох квазістаціонарних станах від  $b_1$  для несиметричних за розмірами зовнішніх бар'єрів РТС мають чітко виражену асиметрію, пов'язану саме з несиметричністю товщин вхідного ( $\Delta_1$ ) та вихідного ( $\Delta_3$ ) потенціальних бар'єрів.

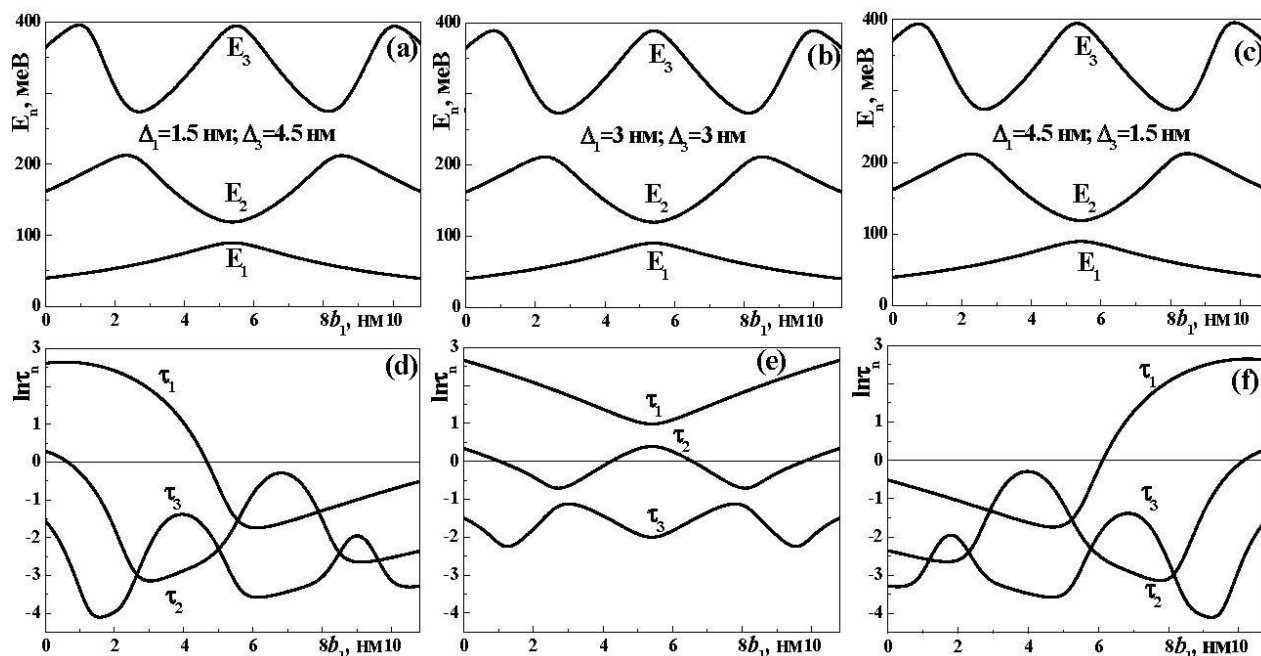


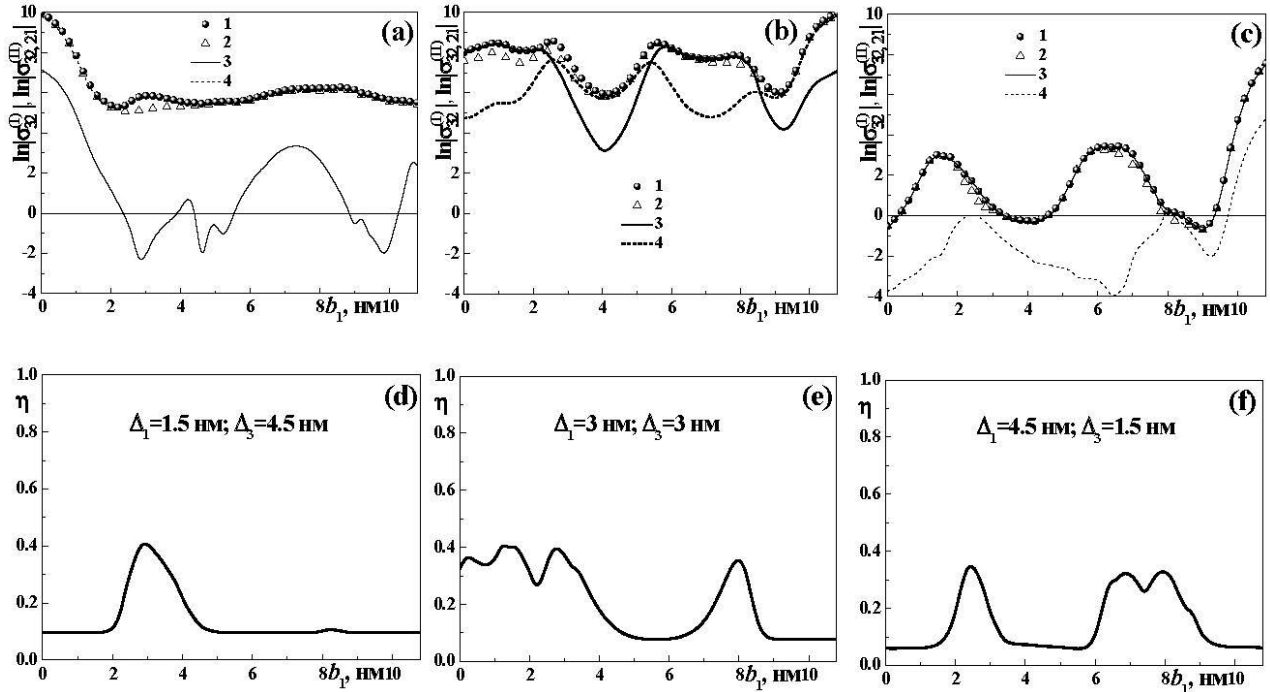
Рис. 2. Залежності резонансних енергій ( $E_n$ ) перших трьох квазістаціонарних станів ( $n=1,2,3$ ) та логарифмів часів життя ( $\tau_n$ ) електрона в цих станах від положення внутрішнього бар'єра  $b_1$  у загальній потенціальній ямі трибар'єрної РТС.

З метою дослідження внеску двофотонних процесів у формування електронної активної динамічної провідності РТС, згідно з розвинутою у попередньому розділі теорією, виконувався розрахунок провідності у одно- та двофотонному наближенні для лазерних квантових переходів. Для того, щоб задовольнити умови наближення слабого сигналу ( $U_1 = eC_1 z_5 \ll \Omega_1$ ;  $U_2 = eC_2 z_5 \ll \Omega_2$ ) величини  $U_1$  і  $U_2$  вибирались малими ( $U_1 = 10^{-3} \Omega_1$ ;  $U_2 = 10^{-3} \Omega_2$ ).

Результати розрахунків у одно- та двофотонному наближенні логарифмів активної динамічної провідності та її парціальних складових, сформованих лазерними квантовими переходами з третього квазістаціонарного стану з випромінюванням одного фотона енергії  $\Omega_1 = \Omega_{32}$  (при переході  $3 \rightarrow 2$  – однофотонне наближення) та двох фотонів енергій  $\Omega_1 = \Omega_{32}$  і  $\Omega_2 = \Omega_{21}$  (при послідовних переходах  $3 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 1$  – двофотонне наближення), у залежності від положення внутрішнього бар'єра  $b_1$  у загальній потенціальній ямі  $b$  приведено на рис. 3 для РТС з трьома різними товщинами зовнішніх потенціальних бар'єрів:  $\Delta_1 = 1.5$  нм,  $\Delta_3 = 4.5$  нм (рис. 3а, д);

$\Delta_1 = 3$  нм,  $\Delta_3 = 3$  нм (рис. 3б, е);  $\Delta_1 = 4.5$  нм,  $\Delta_3 = 4.5$  нм (рис. 3с, ф). На цьому ж рисунку приведені залежності величин відносного підсилення інтенсивності випромінювання  $\eta = (\sigma^{(II)} - \sigma^{(I)}) / \sigma^{(II)}$ , викликаного двофотонними квантовими переходами.

З рис. 3а, д видно, що для несиметричної РТС з меншим вхідним бар'єром і більшим вихідним бар'єром на залежності відносного підсилення  $\eta$  від  $b_1$  виникає пік з максимумом при  $b_1 \approx 3$  нм. Це означає, що в такій конфігурації РТС виникає підсилення лазерної генерації за рахунок двофотонних квантових переходів з випромінюванням двох фотонів різної енергії  $\Omega_{32} \approx 84$  меВ та  $\Omega_{21} \approx 131$  меВ, і система може працювати як двочастотний квантовий лазер. Проте, не зважаючи на суттєве зростання інтенсивності випромінювання ( $\eta_{\max} \approx 0,4$ ), дана конфігурація РТС не задовольняє умовам оптимізації роботи ККЛ [13], оскільки  $\sigma_{32,21}^{(II)} \approx \sigma_{32,21}^{(II)-} \gg \sigma_{32,21}^{(II)+}$ , а отже провідність формується електронним потоком у оберненому напрямі на вихід з РТС, що унеможливує послідовну роботу всіх каскадів структури.



**Рис. 3.** Залежності від  $b_1$  логарифмів динамічної провідності ( $\sigma$ ) та її парціальних складових ( $\sigma^\pm$ ), сформованих у однофотонному ( $\sigma_{32}^{(I)}(\Omega_{32})$ ) та у двофотонному ( $\sigma_{32,21}^{(II)}(\Omega_{32}, \Omega_{21})$ ) лазерних квантових переходах (в одиницях  $\sigma_0=1\text{См/см}$ ), та величини відносного підсилення інтенсивності випромінювання  $\eta = (\sigma^{(II)} - \sigma^{(I)})/\sigma^{(II)}$ . 1 –  $\ln \sigma_{32,21}^{(II)}(\Omega_{32}, \Omega_{21})$ , 2 –  $\ln \sigma_{32}^{(I)}(\Omega_{32})$ , 3 –  $\ln \sigma_{32,21}^{(II)+}(\Omega_{32}, \Omega_{21})$ , 4 –  $\ln \sigma_{32,21}^{(II)-}(\Omega_{32}, \Omega_{21})$ .

З рис. 3б, е видно, що для РТС з однаковими зовнішніми потенціальними бар'єрами суттєве підсилення інтенсивності випромінювання виникає у двох інтервалах зміни  $b_1$ :  $0 \text{ нм} \leq b_1 \leq 3.5 \text{ нм}$  і  $7.7 \text{ нм} \leq b_1 \leq 8.3 \text{ нм}$ , де  $\eta$  досягає значення від 0.3 до 0.4. В обох конфігураціях РТС величина провідності  $\sigma_{32,21}^{(II)}$  суттєва і формується "корисною" складовою  $\sigma_{32,21}^{(II)+}$ , яка визначається прямим електронним потоком. Отже, в цих конфігураціях трибар'ерна РТС може працювати не лише як окремий двочастотний квантовий лазер, але й як активна зона ККЛ. Подальший вибір і оптимізація конфігурації РТС залежить від конкретних робочих частот ( $\omega_{32}, \omega_{21}$ ) лазерної системи з урахуванням, у випадку ККЛ, часу життя електрона у робочих квазістаціонарних станах, який не повинен переважати часу розсіювання на оптичних фонах.

У несиметричній РТС (рис. 3с, ф) з більшим вхідним бар'єром ( $\Delta_1$ ) і меншим вихідним

( $\Delta_3$ ), де на залежності  $\eta$  від  $b_1$  хоч і виникають піки, однак всюди абсолютні величини провідності настільки малі (рис. 3с), що така РТС не має прикладного значення.

Отже, геометричні конфігурації РТС, в яких за рахунок ефективної двофотонної лазерної генерації оптимізується робота окремого квантового лазера чи активної зони ККЛ отримуються в трибар'єрних РТС з однаковими ширинами зовнішніх потенціальних бар'єрів. Розташуванням внутрішнього бар'єра між зовнішніми бар'єрами трибар'єрної РТС визначаються робочі частоти наноприладу.

#### 4. Висновки

На основі аналітично отриманих точних розв'язків повного одномірного рівняння Шредінгера у дипольному наближенні розвинена квантово-механічна теорія активної динамічної провідності трибар'єрних РТС з



різними геометричним параметрами, як окремих квантових лазерів чи активних зон ККЛ, в яких реалізується одно- та двофотонна (дво-частотна) лазерна генерація. Показано, що зміною положення внутрішнього бар'єра у загальній потенціальній ямі трибар'єрної РТС при незмінних решті її геометричних параметрах, отримуються такі геометричні конфігурації наносистеми, в яких стають суттєвими двофотонні процеси випромінювання електромагнітних хвиль.

Розрахунок активної динамічної провідності РТС дозволив виявити оптимальні геометричні конфігурації трибар'єрної наносистеми, в яких за рахунок двофотонних електронних випромінювальних переходів ефективність лазерної генерації зростає на 40%, а лазер переходить в режим генерації електромагнітних хвиль двох різних частот.

#### Список використаної літератури

- [1] C. Bonzon, I.C. Benea Chelmus, K. Ohtani, M. Geiser, M. Beck and J. Faist. Integrated patch and slot array antenna for terahertz quantum cascade lasers at 4.7 THz // *Appl. Phys. Lett.*, 104(16), pp. 161102-1-161102-4 (2014).
- [2] J.M. Wolf, A. Bismuto, M. Beck, and J. Faist. Distributed-feedback quantum cascade laser emitting at 3.2  $\mu\text{m}$  // *Optics Express*, 22(2), pp. 2111-2118 (2014).
- [3] A. Buffaz, M. Carras, L. Doyennette, A. Nedelcu, X. Marcadet and V. Berger. Quantum cascade detectors for very long wave infrared detection // *Appl. Phys. Lett.*, 96(17), pp. 172101-1-172101-3 (2010).
- [4] D. Hofstetter, F.R. Giorgetta, E. Baumann, Q. Yang, C. Manz and K. Kohler. Midinfrared quantum cascade detector with a spectrally broad response // *Appl. Phys. Lett.*, 93(22), pp. 221106-1-221106-3 (2008).
- [5] M.V. Tkach, Ju.O. Seti, I. V. Boyko, O.M. Voitsekhivska. Optimization of quantum cascade laser operation by geometric design of cascade active band in open and closed models *Condensed Matter Physics*, 16(3), pp. 33701-1-33701-10 (2013).
- [6] M. Tkach, Ju. Seti, I. Boyko, O. Voitsekhivska. Dynamic conductivity of resonance tunnel structures in the model of open cascade in nanolasers // *Romanian Reports in Physics*, 65(4), pp. 1443-1453 (2013).
- [7] M.V. Tkach, Ju.O. Seti, V.O. Matijek, I.V. Boyko. Quantum cascade detectors under weak and strong electromagnetic fields // *Journal of Physical Studies*, 16(4), pp. 4701-1- 4701-7 (2012).
- [8] E. Saczuk and J.Z. Kaminski. Resonant tunnelling in the presence of intense laser fields // *Physica Status Solidi (b)*, 240(3), pp. 603-609 (2003).
- [9] N.V. Tkach, Ju.A. Seti. Nonresonant transparency channels of a two-barrier nanosystem in an electromagnetic field with an arbitrary strength // *JETP Letters*, 95(5), pp. 271-276 (2012).
- [10] N.V. Tkach, Ju.A. Seti. On the transmission channels and current-voltage characteristics of a double-barrier nanostructure driven by dc electric and electromagnetic fields of arbitrary strength // *Semiconductors*, 48(5), pp. 590-595 (2014).
- [11] A.B. Pashkovskii. High transparency of a two-photon scattering channel in triple-barrier structures // *JETP Letters*, 89(1), pp. 30-34 (2009).
- [12] A.B. Pashkovskii. Resonance propagation of electrons through three-barrier structures in a two-frequency electric field // *Semiconductors*, 45(6), pp. 743-748 (2011).
- [13] N.V. Tkach and Ju.A. Seti. Evolution and collapse of quasistationary states of an electron in planar symmetric three-barrier resonance-tunneling structures // *Low Temp. Phys.*, 35(7), pp. 556-564 (2009).
- [14] N.V. Tkach, Ju.A. Seti. Optimization of the configuration of a symmetric three-barrier resonant-tunneling structure as an active element of a quantum cascade detector // *Semiconductors*, 45(3), pp. 376-384 (2011).

Стаття надійшла до редакції 03.10.2014 р.