

# ФІЗИЧНІ, ХІМІЧНІ ТА ІНШІ ЯВИЩА, НА ОСНОВІ ЯКИХ МОЖУТЬ БУТИ СТВОРЕНІ СЕНСОРИ

---

## PHYSICAL, CHEMICAL AND OTHER PHENOMENA, AS THE BASES OF SENSORS

---

---

PACS: 71.15.Mb, 71.20.-b, 73.22.Pr, 73.23.Ad, 84.32.Ff, 85.35.-p

### **УРОКИ НАНОЕЛЕКТРОНІКИ: РОЛЬ ЕЛЕКТРОСТАТИКИ Й КОНТАКТІВ У КОНЦЕПЦІЇ «ЗНИЗУ – ВГОРУ»**

*Ю. О. Кругляк, М. В. Стріха\**

Одеський державний екологічний університет

вул. Львівська, 15, Одеса, Україна

тел. (067) 725 2209, *E-mail: quantumnet@yandex.ua*

\* Інститут фізики напівпровідників ім. В. Є. Лашкарьова НАН України

пр. Науки, 41, Київ, Україна

тел. (044) 525 6033, *E-mail: maksym\_strikha@hotmail.com*

### **УРОКИ НАНОЕЛЕКТРОНІКИ: РОЛЬ ЕЛЕКТРОСТАТИКИ Й КОНТАКТІВ У КОНЦЕПЦІЇ «ЗНИЗУ – ВГОРУ»**

*Ю. О. Кругляк, М. В. Стріха*

**Анотація.** У черговій із серії оглядово-навчальних статей у рамках концепції «знизу – вгору» наноелектроніки розглядається дифузійно-дрейфова модель струму на основі транспортного рівняння Больцмана, роль зовнішнього електричного поля при виході за межі режиму лінійного відгуку, польовий транзистор і струм насичення, роль заряджання провідника, точкова і розширена моделі провідника, роль контактів, моделі  $p$ - $n$  переходів, генерація струму в провіднику з асиметричними контактами.

**Ключові слова:** нанофізика, наноелектроніка, молекулярна електроніка, дифузійно-дрейфова модель, струм насичення, роль контактів.

## LESSONS OF NANOELECTRONICS: THE ROLE OF ELECTROSTATICS AND CONTACTS IN «BOTTOM–UP» APPROACH

*Yu. O. Kruglyak, M. V. Strikha*

**Abstract.** Within the following in the series of the review and tutorial articles next topics are discussed in the frame of the «bottom – up» approach of modern nanoelectronics: the diffusion-drift model of a current on the basis of the Boltzmann transport equation, the role of the external electric field beyond the linear response regime, field-effect transistor and saturation current, the role of conductor charging, the point and extended models of a conductor, the role of contacts, the model of  $p - n$  junctions, the generation of a current in a conductor with asymmetric contacts.

**Keywords:** nanophysics, nanoelectronics, molecular electronics, diffusion-drift model, saturation current, role of contacts.

## УРОКИ НАНОЭЛЕКТРОНИКИ: РОЛЬ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ И КОНТАКТОВ В КОНЦЕПЦИИ «СНИЗУ – ВВЕРХ»

*Ю. А. Кругляк, М. В. Стриха*

**Аннотация.** В очередной из серии обзорно-учебных статей в рамках концепции «снизу – вверх» нанoeлектроники рассматривается диффузионно-дрейфовая модель тока на основе транспортного уравнения Больцмана, роль внешнего электрического поля при выходе за пределы режима линейного отклика, полевой транзистор и ток насыщения, роль заряджания проводника, точечная и расширенная модели проводника, роль контактов, модели  $p - n$  переходов, генерация тока в проводнике с асимметричными контактами.

**Ключевые слова:** нанoфизика, нанoeлектроника, молекулярная электроника, диффузионно-дрейфовая модель, ток насыщения, роль контактов.

**Вступ.** Цією статтею автори продовжують серію навчально-оглядових статей, які друкуються в журналі «Сенсорна електроніка і мікросистемні технології» починаючи з №4 за 2012 рік. Нагадаємо, що раніше у рамках концепції «знизу – вгору» сучасної нанoeлектроніки ми розглядали фізичні основи виникнення струму в наносистемах (№4, 2012), термоелектричні явища (№1, 2013), основи спінтроніки (№2, 2013) та застосування методу нерівноважних функцій Гріна (НРФГ) до транспортних задач (№№ 3,4, 2013), класичний та квантовий ефекти Холла (№1, 2014), спіновий ефект Холла (№ 2, 2014), роль квантової інтерференції і дефазування (№ 3, 2014).

У цій статті ми розглянемо дифузійно-дрейфову модель струму на основі транспортного рівняння Больцмана, роль зовнішнього електричного поля при виході за межі режиму лі-

нійного відгуку, польовий транзистор і струм насичення, роль заряджання провідника, точкову і розширену моделі провідника, роль контактів, моделі  $p - n$  переходів, генерацію струму в провіднику з асиметричними контактами.

Наша стаття (як і попередні статті цієї серії) розрахована насамперед на викладачів, аспірантів та студентів, які читають курси або навчаються на різних спеціальностях фізичного й інженерного профілю, й має на меті популяризацію сучасної концепції викладання фізики наносистем, автором якої є проф. Супрійо Датта, сформульованої в рамках ініціативи Purdue University / nanoHUB-U [www.nanohub.org/u] і значною мірою альтернативної традиційній, що відштовхується від розгляду аналогічних явищ у великих 3D провідниках.

У всіх перелічених вище статтях ні при викладі причин виникнення електричного стру-

му [1], ні при обговоренні рівняння дифузії для опису балістичного транспорту електронів [2] зовнішнє електричне поле ми не розглядали як причину, що створює різницю потенціалів на кінцях провідника (хоча в стандартному викладі, що понині широко практикується, саме воно оголошується причиною, що породжує електричний струм). Може здатися парадоксальним, що фактично вся теорія електричної провідності була побудована в [1, 3] без залучення поняття зовнішнього електричного поля.

Саме електричне поле зручно представляти як градієнт електростатичного потенціалу  $U/q$ . Ми ж для пояснення причини виникнення електричного струму користувалися електрохімічним потенціалом  $\mu$ . Відмінність між цими двома потенціалами впливає з очевидного співвідношення:

$$\mu = (\mu - U) + U, \quad (1)$$

де перший доданок зазвичай називають хімічним потенціалом, а другий – електростатичним потенціалом. Співвідношення між потенціалами і їхній зв'язок з густиною станів показано на рис. 1.

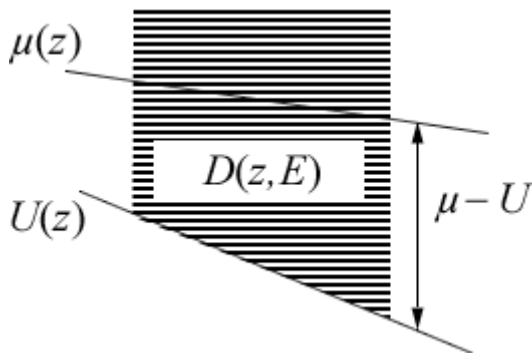


Рис. 1. Якісна картина зміни електрохімічного  $\mu/q$  і електростатичного  $U/q$  потенціалів уздовж довжини провідника  $z$ . Різниця між ними є варіювана уздовж довжини провідника густина станів  $D(z, E)$ .

Електрохімічний потенціал  $\mu$  фіксує енергію, аж до якої включно були заповнені електронні стани провідника, а електростатичний потенціал  $U$  визначає зсув всіх доступних електронних станів провідника, так що їх різниця  $\mu - U$  є мірою заповнення рівнів енергії

електронами і дорівнює просто числу електронів.

Рівняння дифузії, що пов'язує електричний струм з градієнтом електрохімічного потенціалу, було отримано раніше (рівняння (A1.1) в [2]), а саме:

$$\frac{I}{A} = -\sigma \frac{d(\mu/q)}{dz}, \quad (2)$$

де  $\sigma$  – питома провідність провідника [1] з площею поперечного перерізу  $A$ . Проте, фактично в [2] ми отримали рівняння

$$\frac{I}{A} = -\sigma \frac{d(\mu - U)/q}{dz} \quad (3)$$

в припущенні, що зовнішнє електричне поле  $d(U/q)/dz$  дорівнює нулеві. Яким же повинне бути рівняння дифузії, якщо ми хочемо врахувати відмінне від нуля зовнішнє електричне поле?

**Дифузія і дрейф.** На перший погляд здається, що для отримання такого рівняння потрібно із самого початку врахувати вплив електричного поля  $d(U/q)/dz$  на всі електрони провідника. Проте необхідності розв'язувати таку задачу «з нуля» немає, оскільки, згідно з постулатами рівноважної статистичної механіки, електричний струм відсутній, якщо електрохімічний потенціал  $\mu$  на обох кінцях провідника один і той самий (так само відсутній потік тепла, якщо температура на обох кінцях провідника одна і та ж). Тому рівнянням дифузії і при відмінному від нуля зовнішньому електричному полі повинне бути рівняння (2), яке зручно переписати у вигляді суми двох внесків

$$\frac{I}{A} = -\sigma \frac{d(\mu - U)/q}{dz} - \sigma \frac{dU/q}{dz}, \quad (4)$$

перший з яких описує дифузію, а другий – дрейф. При цьому обидва внески пропорційні одному і тому ж значенню питомої провідності – це вимога, що веде до співвідношення Ейнштейна між дифузією і дрейфом заряджених частинок [4 – 6]. Саме тому ми можемо знайти електричну провідність  $\sigma$ , розглядаючи лише дифузію електронів у відсутності зовнішнього

електричного поля ( $U = 0$ ), замінивши рівняння (3) рівнянням (2), яке, як виявляється, вже все враховує. Немає потреби окремо розглядати задачу про дрейф. Іншими словами, дифузійне рівняння (2) є насправді рівнянням, що описує і дифузію і дрейф, хоча сам дрейф в явному вигляді не розглядається.

А чи не могли б ми замість викладеного вище підходу нехтувати в рівнянні (4) дифузійним внеском і врахувати лише дрейфову складову? Адже в цій моделі струм справді породжується зовнішнім електричним полем і немає потреби звертатися до електрохімічних потенціалів. Проблема з таким підходом, проте, полягає в тому, що тепер треба якось пояснити, чому зовнішнє електричне поле діє лише на деякі електрони провідника, а не на всі електрони. В підході, розвинутому С.Датта [3], енергетичне вікно для транспорту електронів визначається функцією  $F_T$  (формула (11) і рис. 3 в [1]), що виникає природним чином як результат «підготовки» двох контактів (рівняння (20) і (21) в [1]):

$$f_1(E) - f_2(E) = \left( -\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) (\mu_1 - \mu_2). \quad (5)$$

Нижче ми обґрунтуємо нехтування дрейфовою складовою в (4) спираючись на транспортне рівняння Больцмана (ТРБ), більш відоме в нас як кінетичне рівняння Больцмана, яке зазвичай є відправною точкою при обговоренні будь-яких задач транспорту частинок. Ми вже зверталися до ТРБ у зв'язку з розглядом ефекту Холла [7]. Як і раніше, не вдаючись у деталі, покажемо лише, що в режимі лінійного відгуку струм справді залежить лише від градієнта електрохімічного потенціалу  $d\mu/dz$ , а не від градієнта електростатичного потенціалу  $dU/dz$ . Покажемо також, що у разі динамічного, змінного в часі транспорту нехтування врахуванням електричних полів може призвести до помилкових результатів. Навіть в умовах динамічної рівноваги електричні поля відіграють важливу роль в описі вольт-амперної характеристики, як тільки ми виходимо за межі режиму лінійного відгуку.

**Транспортне рівняння Больцмана.** При розгляді струмів у режимі нерівноважних потенціалів [2] були введені функції розподілу  $f^+$  і  $f^-$  та відповідні електрохімічні потенціали  $\mu^+$  і  $\mu^-$ , які описують струми  $I^+$  і  $I^-$ , що беруть свій початок на витоку і на стоці, відповідно (рис. 2).

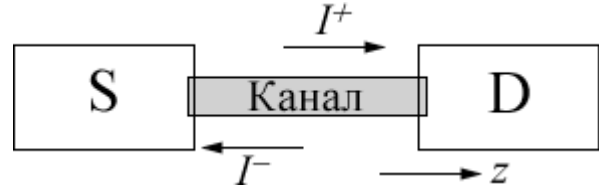


Рис. 2. Струми  $I^+$  і  $I^-$ , породжувані витоком S і стоком D.

Струми  $I^+$  і  $I^-$ , (а розглядаємо ми, як і раніше, пружні резистори, які електрон проходить без розсіяння [1]), формуються електронами, що рухаються під різними кутами до осі провідника і таким чином мають різні значення  $z$ -проекції імпульсу  $p_z$ , хоча повний імпульс у них зберігається і енергія електронів стала. Для врахування впливу електричного поля на такий провідник потрібні функції розподілу  $f^+(z, p_z, t)$  і  $f^-(z, p_z, t)$  з урахуванням залежності від імпульсу в явному вигляді. Такі функції визначаються розв'язками ТРБ:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + F_z \frac{\partial f}{\partial p_z} = S_{op} f; \quad (6)$$

і описують вони заселення станів із заданими значеннями швидкості  $v_z$  та імпульсу  $p_z$  в точці провідника  $z$  у момент часу  $t$ , де  $F_z$  – сила, що діє на електрон в той самий момент часу  $t$ , а

$S_{op}$  – відповідний оператор розсіяння, що розподіляє електрони по станах зі всіма можливими значеннями швидкості.

Якщо в рівнянні (6) праву частину занулити (розсіяння відсутнє):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + F_z \frac{\partial f}{\partial p_z} = 0, \quad (7)$$

то таке рівняння повністю еквівалентне описові набору частинок з імпульсами  $p_z(t)$  в точках провідника  $z(t)$ , динаміка яких описується законами класичної механіки:

$$v_z \equiv \frac{dz}{dt} = \frac{\partial E}{\partial p_z}, \quad (8)$$

$$F_z \equiv \frac{dp_z}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial z}, \quad (9)$$

де  $E(z, p_z, t)$  – повна енергія, з однією лише відмінністю: якщо рівняння (8) і (9) описують динаміку одиночної частинки, положення та імпульс якої змінюються з часом, то в рівнянні (7) всі три змінні  $z, p_z, t$  рівноправні і незалежні одна від одної, внаслідок чого досягається опис колективного транспортного процесу.

Для виведення рівняння (7) з рівнянь (8) і (9) звернімо увагу перш за все на те, що за відсутності розсіювання

$$f(z, p_z, t) = f(z - v_z \Delta t, p_z - F_z \Delta t, t - \Delta t). \quad (10)$$

Це відображає очевидний факт: будь-який електрон з імпульсом  $p_z$  у положенні  $z$  у момент часу  $t$  повинен мати імпульс  $p_z - F_z \Delta t$  у положенні  $z - v_z \Delta t$  у більш ранній момент часу  $t - \Delta t$ .

Далі діятимемо просто: розкладемо рівняння (10) у ряд Тейлора і обмежимося лише першим порядком розкладу:

$$f(z, p_z, t) = f(z, p_z, t) - \frac{\partial f}{\partial z} v_z \Delta t - \frac{\partial f}{\partial p_z} F_z \Delta t - \frac{\partial f}{\partial t} \Delta t. \quad (11)$$

В (11) скоротимо подібні й отримаємо ТРБ за відсутності розсіювання (7).

Далі для наших цілей достатньо розсіювання

$S_{op} f$  в (6) врахувати лише в наближенні часу релаксації (ЧР) [7, 8]:

$$S_{op} f \cong -\frac{f - f_0}{\tau}, \quad (12)$$

яке припускає, що ефект від впливу розсіювання просто пропорційний відхиленню шуканої функції розподілу  $f$  від її рівноважного значення  $f_0$ . Такий підхід слід вважати квазікласичним, і ось чому. Саме рівняння (6) можна вважати класичним в тому значенні, що електрони розглядаються в ньому як частинки. Але воно не зовсім класичне щодо електронів, оскільки оператор розсіювання  $S_{op}$  у принципі має квантову природу, а, крім того, в лівій частині

рівняння фактично враховується дисперсійне співвідношення. Для графена, наприклад, поблизу так званих точок Дірака воно має вигляд

$$\vec{E} = \pm v_0 \vec{p},$$

що впливає з його зонної структури [9, 10] і також має квантову природу (тут  $v_0 \approx 10^6$  м/с,  $p$  – двовимірний імпульс у площині  $xy$ ). Якщо погодитися з квазікласичною природою ТРБ щодо електронів, то багато транспортних властивостей графена одержують своє правдоподібне пояснення [11 – 16], чого сам Людвіг Больцман [17], формулюючи рівняння у 1872 році, передбачати, звісно, не міг.

**Рівняння дифузії як наслідок ТРБ.** З повного ТРБ (6) в наближенні ЧР (12) в умовах динамічної рівноваги ( $\partial/\partial t = 0$ ) отримуємо:

$$v_z \frac{\partial f}{\partial z} + F_z \frac{\partial f}{\partial p_z} = -\frac{f - f_0}{\tau}. \quad (13)$$

Повна енергія у присутності зовнішнього електричного поля дорівнює

$$E(z, p_z) = \varepsilon(p_z) + U(z), \quad (14)$$

де дисперсійне співвідношення (спектр)  $\varepsilon(p_z)$  зазнає зсуву з боку зовнішнього поля  $U(z)$ , як це зображено на рис. 3.

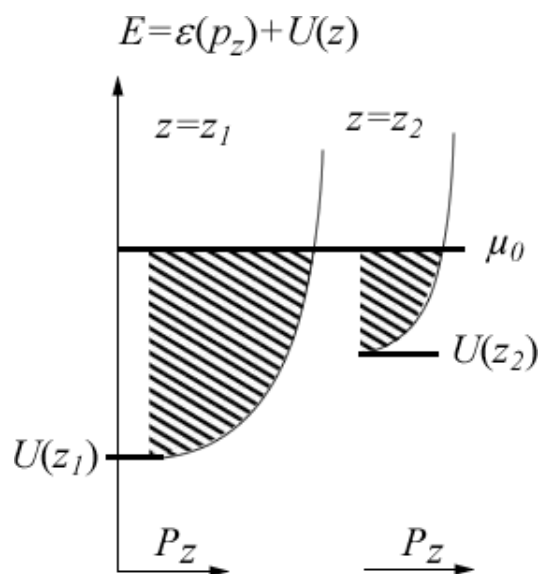


Рис. 3. Дисперсія при  $U = 0$  ( $z = z_1$ ) зазнає зсуву при вмиканні поля  $U = U(z_2) - U(z_1)$ . В стані рівноваги електрохімічний потенціал  $\mu_0 = \text{const}$ .



Спочатку звернімо увагу на те, що рівноважний розподіл

$$f_0(z, p_z) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(z, p_z) - \mu_0}{kT}\right) + 1} \quad (15)$$

при сталому значенні електрохімічного потенціалу  $\mu_0$  задовольняє ТРБ (13). Права частина рівняння (13) очевидно рівна нулеві. Переконаємося, що й ліва частина (13) також рівна нулеві. Для цього введемо нову змінну

$$X_0 \equiv E(z, p_z) - \mu_0 = \varepsilon(p_z) + U(z) - \mu_0 \quad (16)$$

і врахуємо співвідношення (8) і (9), внаслідок чого отримаємо:

$$\begin{aligned} v_z \frac{\partial f_0}{\partial z} + F_z \frac{\partial f_0}{\partial p_z} &= \left(\frac{\partial f_0}{\partial X_0}\right) \left(v_z \frac{\partial X_0}{\partial z} + F_z \frac{\partial X_0}{\partial p_z}\right) = \\ &= \left(\frac{\partial f_0}{\partial X_0}\right) \left(v_z \frac{\partial E}{\partial z} + F_z \frac{\partial E}{\partial p_z}\right) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Ситуація за відсутності рівноваги якісно зображена на рис. 4.

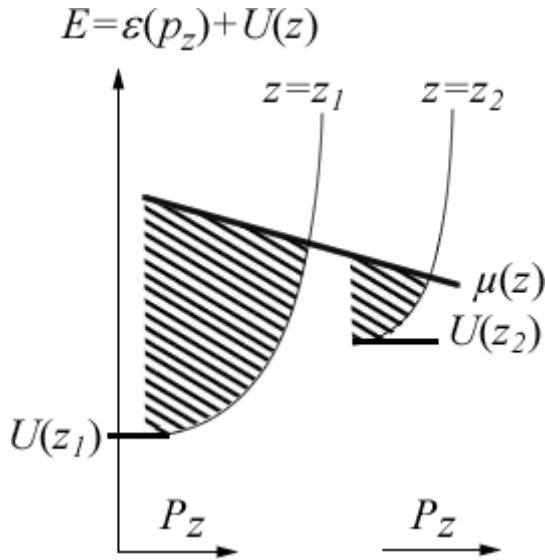


Рис. 4. За відсутності рівноваги електрохімічний потенціал змінюється уздовж провідника:  $\mu = \mu(z)$ .

Нехай функція розподілу за відсутності рівноваги має той самий вигляд (15), але з просторово змінним електрохімічним потенціалом:

$$f(z, p_z) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(z, p_z) - \mu(z)}{kT}\right) + 1}. \quad (18)$$

Введемо з урахуванням (16) нову змінну:

$$X \equiv E(z, p_z) - \mu(z) = X_0(z, p_z) + \mu_0 - \mu(z), \quad (19)$$

в якій фігурує відмінність поточного значення електрохімічного потенціалу  $\mu(z)$  від його рівноважного значення  $\mu_0$ . З новою змінною ліва частина (13) виявляється рівною

$$\left(\frac{\partial f}{\partial X}\right) \left(v_z \frac{\partial X}{\partial z} + F_z \frac{\partial X}{\partial p_z}\right) = \left(\frac{\partial f}{\partial X}\right) \left(-v_z \frac{\partial \mu}{\partial z}\right), \quad (20)$$

в чому переконатися можна таким чином: в ліву частину (20) підставимо замість швидкості і сили рівняння (8) і (9) і візьмемо похідні від нової змінної  $X$  (19); в результаті скоротиться доданок  $(\partial E/\partial z)(\partial E/\partial p_z)$  і залишиться лише  $-v_z d\mu/dz$ .

В умовах малого відхилення електрохімічного потенціалу  $\mu(z)$  від його рівноважного значення  $\mu_0$  змінні (19) і (16) близькі одна до одної, й тому праву частину (20) можна записати у вигляді:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)_{X=X_0} \left(-v_z \frac{\partial \mu}{\partial z}\right). \quad (21)$$

Цьому виразу рівна ліва частина початкового рівняння (13). В його правій частині стандартно перейдемо від функцій розподілу до електрохімічних потенціалів (формула (25) у [1]):

$$-\frac{f - f_0}{\tau} \cong \left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)_{X=X_0} \frac{\mu(z) - \mu_0}{\tau}. \quad (22)$$

Порівнюючи ліву (21) і праву (22) частини початкового ТРБ (13), одержуємо шукане рівняння дифузії:

$$v_z \frac{d\mu}{dz} = -\frac{\mu(z) - \mu_0}{\tau}. \quad (23)$$

Введемо роздільні електрохімічні потенціали  $\mu^+$  і  $\mu^-$  для електронів, що рухаються зліва направо ( $v_z > 0$ ) і справа наліво ( $v_z < 0$ ) (рис. 2):

$$\frac{d\mu^+}{dz} = -\frac{\mu^+ - \mu_0}{v_z \tau}, \quad \frac{d\mu^-}{dz} = \frac{\mu^- - \mu_0}{v_z \tau}. \quad (24)$$

Вибравши рівноважне значення хімічного потенціалу як напівсуму  $\mu_0 = (\mu^+ + \mu^-)/2$ , маємо:

$$\frac{d\mu^+}{dz} = -\frac{\mu^+ - \mu^-}{\lambda} = \frac{d\mu^-}{dz}, \quad (25)$$

де  $\lambda = 2v_z\tau$ . Комбінуючи (25) з рівняннями для струму ((A1.23) в [2]), остаточно одержуємо дифузійні рівняння для струму (A1.23) в [2], записані в [2] без доведення.

Звернімо увагу на методично важливу обставину: при виведенні рівнянь (25) ми в явному вигляді враховували зовнішнє електричне поле і показали, що його вплив виявляється нульовим: зовнішнє прикладене електричне поле не впливає на низьковольтну провідність (режим лінійного відгуку). Разом із тим, будь-які поля, вбудовані в провідник, що перебуває в умовах рівноваги електрохімічного потенціалу, впливають на низьковольтну провідність. Цікаве обговорення цього важливого питання, ролі гетероструктур і транспорту в зовнішньому змінному електричному полі можна знайти в [3, 18].

**Роль електростатики.** Зовнішнє електричне поле починає відігравати важливу роль, щойно тільки ми виходимо за межі режиму лінійного відгуку. Роль зовнішнього електростатичного потенціалу і відповідного електричного поля ми продемонструємо на прикладі найпростішого польового нанотранзистора, вольт-амперна характеристика якого за межами режиму лінійного відгуку контролюється прикладеним електростатичним потенціалом.

Струм у моделі пружного резистора визначається формулою (32) з [1], а саме:

$$I = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} dE G(E) (f_1(E) - f_2(E)).$$

При врахуванні зовнішнього електростатичного потенціалу  $U$  ця формула модифікується як:

$$I = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} dE G(E - U) (f_1(E) - f_2(E)). \quad (26)$$

При цьому спершу ми користуватимемося точковою моделлю каналу перенесення елек-

тронів, яка припускає незмінність густини станів  $D(E)$  при русі уздовж провідника. Пізніше ми перейдемо до стандартної розширеної моделі провідника, що враховує градієнт  $D(E)$  при русі уздовж провідника від витоку до стоку.

**Польовий транзистор.** В найпростішому варіанті це трьохтермінальний пристрій (рис. 5), що включає витік/source/S, стік/drain/D і затвор/gate/G; при цьому затвор відокремлений від каналу провідності діелектричною підкладкою, так що струм через затвор не йде; однак потенціал затвору  $V_G$  дозволяє контролювати струм  $I(V_D)$  в каналі провідності.

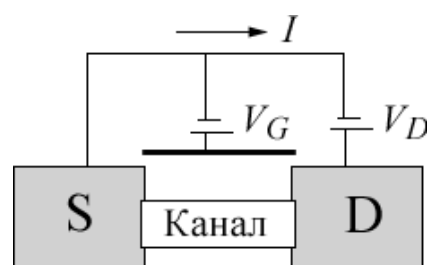


Рис. 5. Найпростіший трьохтермінальний польовий транзистор.

Характерна вольт-амперна характеристика польового транзистора зображена на рис. 6.

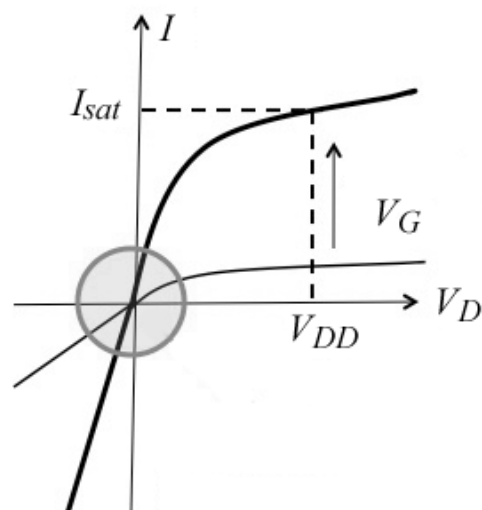


Рис. 6. Типова вольт-амперна характеристика  $I(V_D)$  польового транзистора і її зміна зі зростанням потенціалу затвору  $V_G$ . Колом показано область режиму лінійного відгуку.

З низьковольтною провідністю все зрозуміло. Проте, із зростанням  $V_D$  закон Ома порушується і з'являються ефекти, що потребують перегляду і доповнення вже звичних уявлень.

Нехай потенціал на затворі нульовий, а в енергетичній щілині  $\mu_1 - \mu_2$  немає електронних станів провідника (рис. 7): це означає, що струму немає.

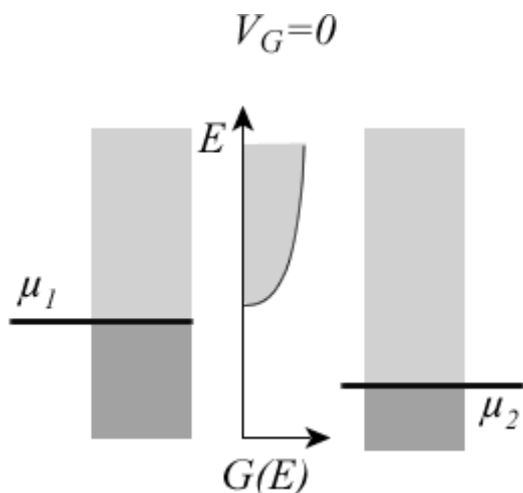


Рис. 7. У провіднику немає струму.

При прикладанні позитивного потенціалу до затвору  $V_G > 0$  всі рівні енергії провідника знижуються, а струм зростає тим більше, чим більший позитивний потенціал на затворі (рис. 8). У цьому можна переконатися, підставляючи  $U = qV_G$  у вираз (26).

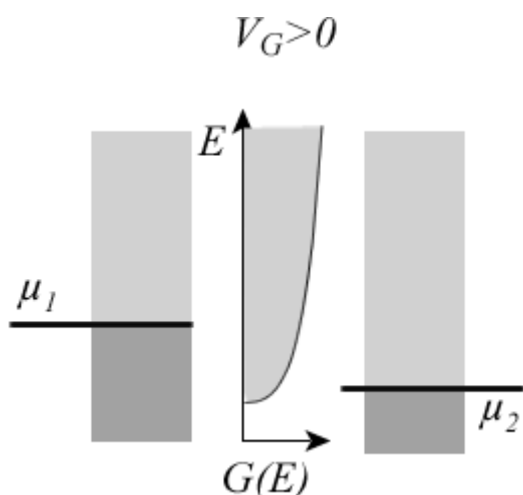


Рис. 8. Позитивний потенціал на затворі знижує всі рівні енергії провідника. Струм зростає тим більше, чим більший позитивний потенціал на затворі.

Така ситуація для  $n$ -провідників. Для провідників  $p$ -типу густина станів низхідна зі зростанням енергії [19] і зростання позитивного потенціалу на затворі веде до протилежного ефекту щодо струму. Надалі ми розглядатимемо для визначеності тільки провідники  $n$ -типу.

**Струм прямує до насичення.** Мірою зростання напруги  $V_D$  струм уже не зростає лінійно згідно до закону Ома, а прямує до насичення (рис. 6). Причина очевидна. Як тільки електрохімічний потенціал стоку  $\mu_2$  опустився нижче за дно зони провідності (рис. 9), струм зростає далі вже не може.

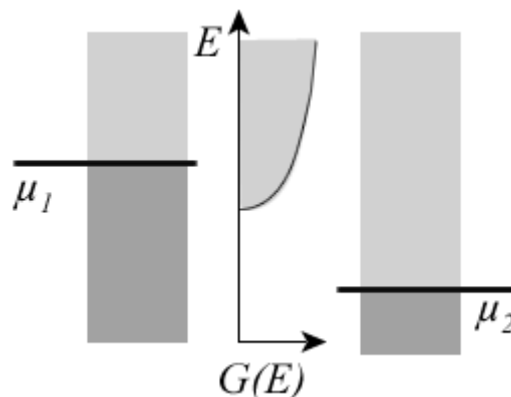


Рис. 9. Струм зазнає насичення, як тільки електрохімічний потенціал стоку  $\mu_2$  виявляється нижчим за дно зони провідності.

Величина струму насичення визначається з (26), а саме:

$$I_{sat} = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} dE G(E - U) f_1(E), \quad (27)$$

де фермівська функція на стоці опущена, оскільки передбачається, що для всіх відмінних від нуля мод провідності ця функція на стоці нульова.

Якби струм насичення визначався б тільки значенням потенціалу на затворі

$$U^{(1)} = -qV_G, \quad (28)$$

то насичення було б повним (горизонтальна поличка), щойно  $\mu_2$  виявиться на декілька  $kT$  нижчим за дно зони провідності. Однак у реальних експериментах струм далі росте зі



збільшенням  $V_D$ , хоча й не так швидко, як на ділянці лінійного відгуку (рис. 6). Причина полягає в тому, що збільшення потенціалу на стоці  $V_D$  веде не тільки до пониження електрорхімічного потенціалу  $\mu_2$ , але і до пониження всіх рівнів енергії провідника (рис. 10) подібно до того, як це відбувається при збільшенні потенціалу на затворі  $V_G$ .

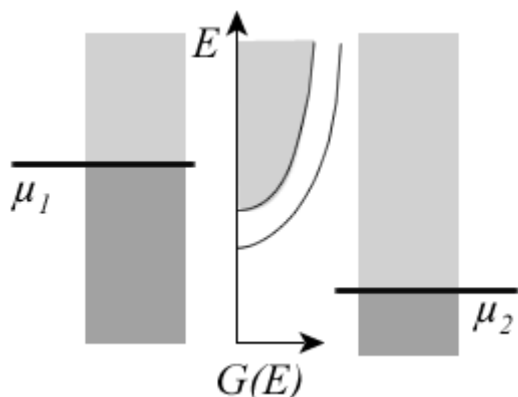


Рис. 10. При пониженні  $\mu_2$ , що відповідає зростанню потенціалу на стоці  $V_D$ , знижуються також усі рівні в зоні провідності провідника.

В кінцевому підсумкові струм продовжує дещо зростати в міру того, як провідність  $G(E)$  повзе вниз по енергії на деяку частку  $\alpha$  ( $\alpha < 1$ ) від потенціалу на стоці  $V_D$ , що й відображено нижче в точнішій моделі для струму насичення:

$$U^{(2)} = \alpha(-qV_D) + \beta(-qV_G) \equiv U_L. \quad (29)$$

Задача створення доброго польового транзистора зводиться до того, щоб величину  $\alpha$  зробити якомога меншою, і тим самим вплив потенціалу на стоці  $V_D$  звести до мінімуму. Якщо величина  $\alpha$  виявиться нульовою, струм вийде на повне насичення (рис. 11), що й відповідає ідеальному польовому транзистору: в такому транзисторі струм насичення повністю визначається потенціалом на затворі  $V_G$  і ніяк не залежить від потенціалу на стоці  $V_D$ .

Щоб гарантувати суттєво більший контроль над каналом провідності з боку затвора в порівнянні зі стоком, потрібно товщину діелектричної підкладки між каналом і затвором зробити істотно меншою від довжини провідника. При типовій довжині провідника в сучасних транзисторах у декілька сотень атомів,

товщина діелектричної підкладки повинна бути лише в декілька атомів, щоб забезпечити потрібне мале значення  $\alpha$ . Саме така товщина з високою надійністю контролюється у виробництві сучасних ноутбуків.

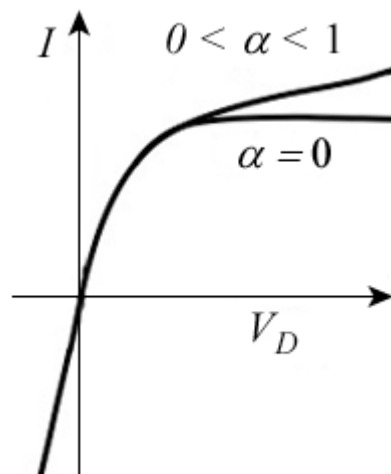


Рис. 11. Струм у польовому транзисторі зазнає повного насичення, якщо він більше не залежить від потенціалу на стоці  $V_D$ .

**Роль заряджання провідника.** Є ще один ефект, який веде до збільшення струму насичення понад те значення, яке виходить при підстановці (29) до (26). У провіднику під напругою заселеність станів менша в порівнянні із заселеністю в стані динамічної рівноваги, коли обидва контакти прагнуть максимально заповнити доступні стани провідника. Натомість під напругою витік прагне поповнити електронами стани провідника, а стік – прагне електрони з провідника видалити. Зменшення максимально можливої заселеності електронами станів провідника під напругою веде до заряджання провідника позитивним зарядом, що у свою чергу веде до пониження всіх станів провідника (рис. 10) і навіть у разі ідеального транзистора ( $\alpha = 0$ ) збільшує струм.

Врахувати ефект заряджання в рамках точкової моделі провідника можна шляхом додавання до потенціалу провідника  $U_L$  (29) ще одного доданку

$$U = U_L + U_0(N - N_0), \quad (30)$$

який враховує відмінність рівноважного числа електронів у провіднику  $N_0$  від його нерівно-

важного значення  $N$  в умовах прикладання до провідника напруги, де  $U_0$  є внесок у потенціал провідника в перерахунку на один електрон.

Рівноважне число електронів в провіднику  $N_0$  обчислюється через рівноважне значення фермівської функції  $f_0(E)$ :

$$N_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} dE D(E - U) f_0(E), \quad (31)$$

а відповідне нерівноважне значення

$$N = \int_{-\infty}^{+\infty} dE D(E - U) \frac{f_1(E) + f_2(E)}{2} \quad (32)$$

обчислюється в припущенні, що провідник з обома контактами взаємодіє однаково добре.

Як тільки знайдений потенціал провідника  $U$ , що задовольняє одночасно рівнянням (30) – (32), струм обчислюється за (26) або за еквівалентним йому рівнянням

$$I = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} dE G(E) (f_1(E + U) - f_2(E + U)). \quad (33)$$

Обчислення потенціалу провідника  $U$  зводиться до ітераційного процесу, принципова блок-схема якого наведена на рис. 12.



Рис. 12. Самоузгоджена процедура обчислення потенціалу провідника  $U$  і струму в точковій моделі провідника.

Проста точкова модель провідника виявляється цілком прийнятною в порівнянні з більш строгими підходами [20].

**Розширена модель провідника.** Точкова модель провідника не враховує градієнту електричного поля в каналі провідності і припускає, що густина станів  $D(E)$  залишається сталою на всьому протязі провідника від витоку до стоку. В реальності електричне поле знижує рівні енергії провідника поблизу стоку в більшій мірі в порівнянні з виток, внаслідок чого спостерігається градієнт густини станів  $D(z, E)$  (рис. 13). Як це впливає на струм?

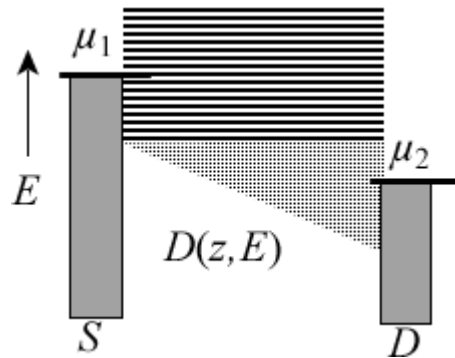


Рис. 13. Ненульове електричне поле в каналі провідності більшою знижує стани провідника ближче до стоку в порівнянні з виток.

На перший погляд здається, що у випадку пружного резистора «похилі стани» не можуть дати внеску в провідність, оскільки такий внесок дають лише стани зі сталою енергією, що починаються на виток і закінчуються на стоці. Проте, навіть для ідеального пружного резистора повинне мати місце збільшення струму, оскільки число мод поблизу стоку більше від числа мод біля виток (рис. 14).

Викликано це тим, що число мод з енергією  $E$  залежить від того, наскільки далеко ця енергія знаходиться від дна зони провідності. В свою чергу, положення дна визначається потенціалом  $U(z)$ , значення якого нижче у стоку в порівнянні з виток (рис. 14).

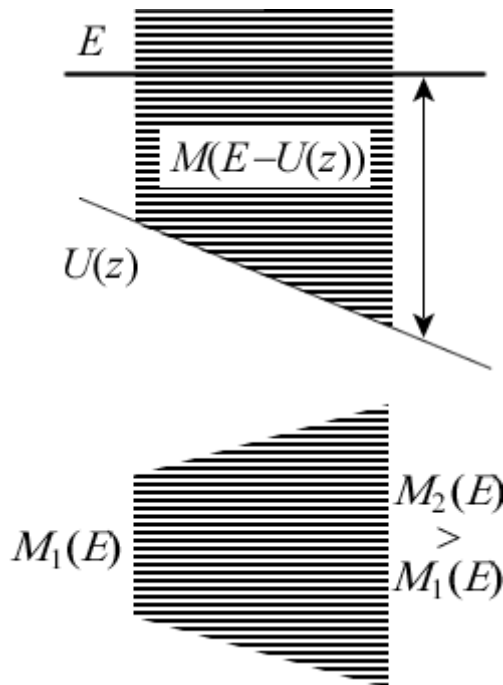


Рис. 14. Градієнт електричного поля в каналі провідності призводить до більшого числа мод поблизу стоку в порівнянні з витокком.

Структура спектру станів провідника виглядає ніби більш розтягнутою у стоку в порівнянні з витокком. Це неістотно для балістичного провідника, а ось для провідника, довжина якого  $L$  набагато більша від середньої довжини вільного пробігу  $\lambda$ , розширення спектру на стоці може збільшити провідність.

В загальному випадку можна записати [1], що

$$\frac{q^2}{h} \frac{M_1 \lambda}{L + \lambda} \leq G(E) \leq \frac{q^2}{h} M_1. \quad (34)$$

Цей ефект не істотний для квазібалістичних пружних каналів, оскільки для таких каналів мінімальні і максимальні значення провідності згідно з (33) фактично однакові. Насправді збільшення провідності можна приписати залежності середньої довжини вільного пробігу від електричного поля, якою можна нехтувати в режимі лінійного відгуку, чим ми фактично досі й користувалися.

Як врахувати градієнт електричного поля кількісно? Для цього в дифузійному рівнянні (2) врахуємо просторову зміну питомої провідності уздовж довжини провідника:

$$\frac{I}{A} = -\frac{\sigma(z)}{q} \frac{d\mu}{dz}. \quad (35)$$

Якщо раніше питома провідність усереднювалася по енергії в межах фермівського вікна провідності завширшки в декілька  $kT$  навколо  $E = \mu_0$ :

$$\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \sigma(E) \left( -\frac{\partial f}{\partial E} \right)_{E=\mu_0}, \quad (36)$$

то тепер змінний уздовж довжини провідника електростатичний потенціал  $U(z)$  зсуває стани провідника по енергії (рис. 1), внаслідок чого усереднювання потрібно вести в смугі  $E = \mu(z) - U(z)$ :

$$\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \sigma(E) \left( -\frac{\partial f}{\partial E} \right)_{E=\mu(z)-U(z)}. \quad (37)$$

Звернімо увагу на те, що використання рівнянь (35) і (37) потребує обчислення  $\mu(z) - U(z)$  з ітераційної процедури розв'язання рівняння Пуассона:

$$\frac{d}{dz} \left( \varepsilon \frac{dU}{dz} \right) = q^2 (n - n_0), \quad (38)$$

де  $\varepsilon$  – діелектрична проникність підкладки, а  $n_0$  і  $n(z)$  – електронна густина на одиницю довжини в каналі провідності в стані рівноваги й поза рівновагою. Їх можна обчислити згідно з визначенням, а саме:

$$n(z) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{D(E-U(z))}{L} \frac{1}{e^{(E-\mu(z))/kT} + 1}, \quad (39)$$

$$n_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{D(E)}{L} \frac{1}{e^{(E-\mu_0)/kT} + 1}. \quad (40)$$

Принципова блок-схема обчислення струму в розширеній моделі провідника наведена на рис. 15.

Потрібно мати на увазі, що викладений вище підхід був заснований на моделі локальних електрохімічних потенціалів  $\mu^\pm(z)$ , що описують транспорт електронів праворуч і ліворуч, і середнє значення яких фігурує в рівнянні дифузії (23). У загальному ж випадку розподіл електронів може так сильно відрізнятися від фермівського, що концепція електрохімічних потенціалів виявиться неадекватною і слід буде розв'язувати ТРБ, що є незрівнянно

складнішою задачею. Попри значні успіхи в цьому напрямкові, рівняння дифузії, базоване на концепції локальних хімпотенціалів, досі залишається головним інструментом для моделювання електронних пристроїв.



Рис. 15. Самоузгоджена процедура обчислення потенціалу провідника  $U$  і струму в розширеній моделі провідника.

Концепція «знизу – вгору» розширює область застосовності рівнянь дифузії (23) і (35). Ними можна користуватися і для моделювання балістичних каналів, якщо тільки належним чином модифікувати крайові умови з метою врахувати межові опори (рівняння (A1.16) у [2]).

**Контакти.** Закон Ома в новому формулюванні [1, 3], застосовному і для нанотранзисторів і для макропровідників, у виразі для опору

$$R = \frac{\rho(L + \lambda)}{A} \quad (41)$$

містить додатковий опір  $\rho\lambda/A$ , який визначається тільки властивостями каналу провідності і не може бути усунений кращим добором термінальних контактів.

Як показано в Додатку 1 роботи [2], ключовим моментом в ідентифікації цього додаткового опору як межового була відмінність між електрохімічними потенціалами  $\mu^+$  та  $\mu^-$ , що відповідають модам провідності зліва – направо і справа – наліво (рис. 16).

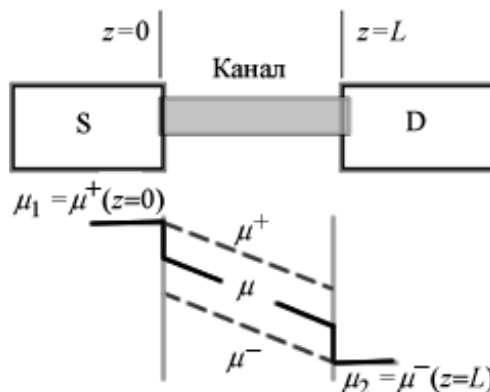


Рис. 16. Профіль електрохімічних потенціалів  $\mu^+$  та  $\mu^-$  у каналі провідності.

З рівнянь (A1.15) і (A1.23) роботи [2], пам'ятаючи про те, що  $\mu_1 - \mu_2 = qV$ , для різниці між потенціалами  $\mu^+$  та  $\mu^-$  одержуємо:

$$\delta\mu \equiv \mu^+ - \mu^- = \frac{\mu_1 - \mu_2}{1 + L/\lambda}. \quad (42)$$

Контакти, підтримувані при різних хімпотенціалах  $\mu_1$  та  $\mu_2$ , виводять з рівноваги моди провідності, пов'язані з витоком і зі стоком, тоді як процеси зворотного розсіяння, контрольовані величиною  $\lambda$ , прагнуть відновити рівновагу. Результат конкуренції цих двох тенденцій описується рівнянням (42).

Підкреслимо, що співвідношення різних електрохімічних потенціалів до різних мод станів провідника повсюдно використовується при аналізі і конструюванні електронних пристроїв. Прикладом можуть служити  $p - n$  переходи.

**$p - n$  переходи.** На рис. 17 зображено характерну зміну густини станів  $D(z, E)$  в  $p - n$  переході. Вважаємо, що позитивний потенціал був прикладений праворуч, отже  $\mu_2 < \mu_1$ .

Лівий контакт взаємодіє з модами провідності в енергетичні смуги завширшки в декілька  $kT$ , показаній штрихуванням ліворуч у районі значення  $\mu_1$ , а правий контакт – з модами провідності, показаними штрихуванням праворуч у районі значення  $\mu_2$ . Можна уявити собі діаграму цих двох груп мод, що йдуть від одного ідеалізованого контакту, але не доходять до іншого (рис. 18).

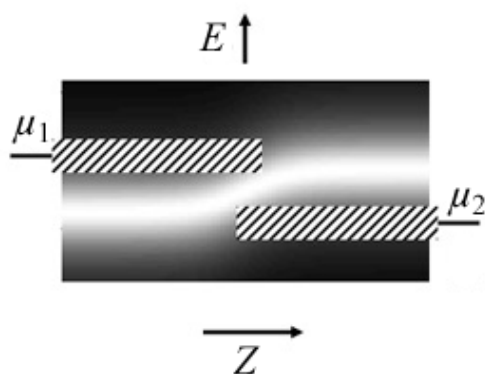


Рис. 17. Типова картина просторової зміни густини станів у  $p-n$  переході.

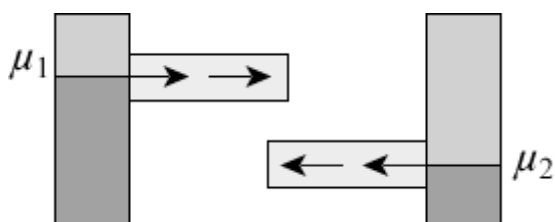


Рис. 18. Ідеалізована модель  $p-n$  переходу на рис. 17.

Насправді ні ліва, ні права групи мод не ізолювані повністю від протилежного контакту. Розробникам електронних пристроїв для досягнення максимально можливої ізоляції часто доводиться істотно подовжувати провідник.

Чи можливий струм у подібному пристрої? Безумовно ні, якщо йдеться про пружний резистор: немає каналу провідності, який дозволив би електрону пролетіти балістично від одного контакту до іншого. Але струм насправді має місце і забезпечується він непружними процесами в зоні переходу, які дозволяють електрону змінити свою енергію і досягти протилежного контакту (рис. 19).

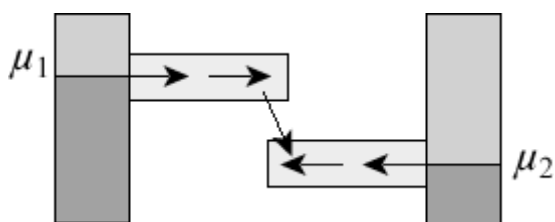


Рис. 19. Струм в ідеалізованій моделі  $p-n$  переходу (рис. 18) забезпечується непружними процесами в зоні переходу.

Саме таким чином струм долає  $p-n$  переходи: з верхніх за енергією мод на нижні за рахунок непружних RG-процесів (процесів рекомбінації і генерації, Recombination / Generation), назва яких бере свій початок від усе ще поширених уявлень про електронно-діркові взаємодії в  $p-n$  переходах.

Фізично коректно обидві групи мод розглядати окремо шляхом введення для них різних хімпотенціалів, позначуваних спеціальним індексом:

$$I_n = -\frac{\sigma_n}{q} \frac{d\mu_n}{dz}. \quad (43)$$

Всі струми пов'язані один з одним непружними RG-процесами в області  $p-n$  переходу:

$$\frac{dI_n}{dz} = \sum_m \{ [RG]_{m \rightarrow n} - [RG]_{n \rightarrow m} \}, \quad (44)$$

які електрони з однієї групи мод  $m$  перекидають в іншу групу мод  $n$  і навпаки. Саме так моделюють  $p-n$  переходи.

Струм у  $p-n$  переході визначається виразом вигляду [21]:

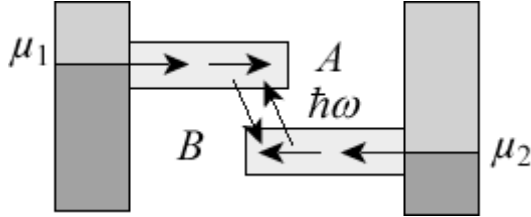
$$I = I_0 (e^{qV/vkT} - 1), \quad (45)$$

де значення  $v$  і  $I_0$  визначаються природою непружних RG-процесів. Провідності  $\sigma_n$  в (43) обох груп мод практично не відіграють ніякої ролі в струмі  $p-n$  переходу (45). Фізична причина цього очевидна. Лімітуючу стадію для струму  $p-n$  переходу визначають непружні процеси, що перекидають електрони з однієї групи мод в іншу групу, а транспорт електронів у межах кожної з груп додає лише додатковий опір в електронну схему відповідного пристрою. Нижче ми наведемо виведення вольт-амперної характеристики  $p-n$  переходу (45) для часткового випадку  $v = 1$ .

Дотепер ми розглядали тільки провідність однорідних  $p$ - і  $n$ -провідників. І цього може бути достатньо для аналізу і моделювання багатьох електронних пристроїв, наприклад, польових транзисторів. Інша ситуація, проте, з пристроями, в яких використовуються  $p-n$  переходи. Тут інші вольт-амперні характеристики, і фактично в їх основі лежить інша фізика.



**Вольт-амперні характеристики.** Розгляньмо пристрій (рис. 20), в якому верхня група мод А кластеризується в околі енергії  $\varepsilon_A$ , а нижня В – в околі енергії  $\varepsilon_B$ .



**Рис. 20.** Та сама ситуація, що й на рис. 19, з двома групами мод, позначеними літерами А і В і пов'язаними непружними взаємодіями.

Фізика подібних пристроїв описується не рівняннями типу (43), а рівняннями (44), які для дворівневої ситуації (рис. 20) можна переписати у вигляді

$$I \approx D_{B \leftarrow A} f_A(\varepsilon_A)(1 - f_B(\varepsilon_B)) - D_{A \leftarrow B} f_B(\varepsilon_B)(1 - f_A(\varepsilon_A)), \quad (46)$$

де коефіцієнти  $D_{B \leftarrow A}$  і  $D_{A \leftarrow B}$  характеризують інтенсивність непружних процесів, що індукують переходи з А у В і навпаки з В в А.

Цікаво, що ці дві швидкості  $D_{B \leftarrow A}$  і  $D_{A \leftarrow B}$  в загальному випадку не однакові:  $D_{A \leftarrow B}$  відповідає поглинанню енергії

$$\hbar\omega = \varepsilon_A - \varepsilon_B \quad (47)$$

тоді як  $D_{B \leftarrow A}$  відповідає виділенню такої ж кількості енергії. А фундаментальний принцип рівноваги в статистичній фізиці проголошує: якщо система з непружними взаємодіями перебуває в рівновазі при температурі  $T_0$ , то завжди важче забрати енергію від такої системи, ніж передати їй енергію, і відношення ймовірностей цих двох протилежних процесів описується виразом:

$$\frac{D_{A \leftarrow B}}{D_{B \leftarrow A}} = \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{kT_0}\right) \quad (48)$$

(пам'ятаймо про те, що напрям переходу визначається від другого індексу до першого).

Тепер для струму з (46) можна записати:

$$I \approx D_{A \leftarrow B} f_B(\varepsilon_B)(1 - f_A(\varepsilon_A))(X - 1), \quad (49)$$

де

$$X \equiv \frac{D_{B \leftarrow A}}{D_{A \leftarrow B}} \frac{f_A(\varepsilon_A)}{1 - f_A(\varepsilon_A)} \frac{1 - f_B(\varepsilon_B)}{f_B(\varepsilon_B)}. \quad (50)$$

Використовуючи (49), (50) і очевидну властивість фермівської функції:

$$\frac{1 - f_0(\varepsilon)}{f_0(\varepsilon)} = \exp\left(\frac{\varepsilon - \mu_0}{kT}\right), \quad (51)$$

перепишемо (50) як:

$$X = \exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT_0} - \frac{\hbar\omega}{kT}\right) \exp\left(\frac{\mu_A - \mu_B}{kT}\right). \quad (52)$$

Оскільки група мод А бере свій початок на контакті 1, а група мод В – на контакті 2, і якщо працюють слабкі непружні взаємодії, що перекидають електрони з А на В, то можна вважати, що моди А практично перебувають у рівновазі з контактом 1, а моди В – з контактом 2, й тому

$$\mu_A - \mu_B \cong \mu_1 - \mu_2 = qV. \quad (53)$$

Якщо  $T_0 = T$ , то, згідно з (49), струм

$$I \approx (X - 1) \approx e^{qV/kT} - 1. \quad (54)$$

Таким чином, ми отримали стандартний вираз для вольт-амперної характеристики  $p - n$  переходу (45) для часткового випадку  $\nu = 1$ . Для значень  $\nu$ , відмінних від 1, слід враховувати різноманітні RG-процеси в явному вигляді.

Звернімо увагу на ту обставину, що пристрої на  $p - n$  переходах можуть бути використані для генерації енергії. Якщо температура  $T_0$  в зоні  $p - n$  переходу відрізняється від температури  $T$ , при якій підтримується сам пристрій ( $T_0 \neq T$ ), то можна отримати струм навіть за відсутності прикладеної напруги, наприклад, в короткозамкнутому колі (short circuit/sc):

$$I_{SC} \equiv I|_{V=0} \approx \exp\left(\frac{\hbar\omega}{k}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right) - 1. \quad (55)$$

Таким чином, пристрої на  $p - n$  переходах принципово придатні для конвертації різниці температур в електричний струм. Струм у короткозамкнутих колах міняє напрям на обернений при переході від  $T_0 > T$  до  $T_0 < T$  [19].

З рівняння (49) також випливає, що в умовах незамкнутого ( $I = 0$ ) кола (*open circuit/oc*) повинно бути  $X = 1$ , й тому рівняння (52) дає:

$$\frac{qV_{oc}}{\hbar\omega} = 1 - \frac{T}{T_0}. \quad (56)$$

Ліва частина рівності (56) є частка енергії, яку згенеровано в умовах нехтовно малого струму (практично незамкнутого кола) в перерахунку на один фотон, а права частина – коефіцієнт корисної дії теплової машини Карно, якою є, скажімо, сонячний фотоелемент. Оскільки зазвичай  $T_0 \gg T$ , то ккд такої сонячної комірки може бути дуже великим.

Контакти відіграють фундаментальну роль у всіх пристроях наноелектроніки, як, утім, і в багатьох пристроях мікроелектроніки. Отримати струм у незамкнутому колі з симетричними однаковими контактами неможливо (рис. 21).

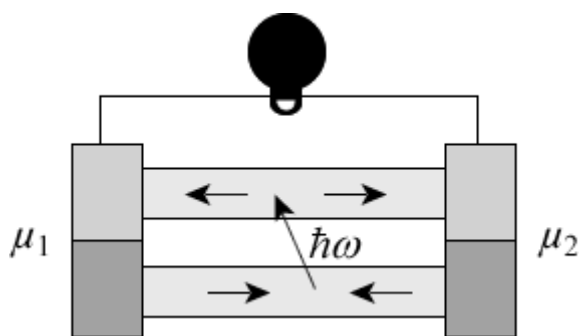


Рис. 21. Незамкнуте коло з симетричними контактами генерувати струм не може.

Якщо в такому ж колі контакти асиметричні і дискриміновані (рис. 22), зовнішня дія, наприклад, сонячне світло, може електрон з однієї з мод  $B$  перекинути на одну з мод  $A$  і переправити далі в зовнішнє коло через лівий контакт, тоді як вакансія, що утворилася в одній з мод  $B$ , заповниться електроном, прибулим через навантаження на правий контакт.

Саме асиметрія контактів в  $p-n$  переходах принципово відрізняє відповідні пристрої від, наприклад, польових транзисторів, що виявляється не тільки у вольт-амперних характеристиках, але і в самій фізиці  $p-n$  переходів.

Варто відзначити: експериментальне виявлення  $p-n$  переходів, яке є одним з вели-

ких здобутків напівпровідникової науки 20 століття, пов'язане саме з Києвом. Майбутній академік АН УРСР Вадим Лашкар'юв (1903 – 1974), повернувшись в Україну після відбуття заслання в Архангельську, в 1941 році, досліджуючи з допомогою термозонду запірні шари міднозакисних випрямлячів, відкрив  $p-n$ -перехід. Тоді ж учений з'ясував роль  $p-n$ -переходу у виникненні вентильного фотоефекту – появи напруги при освітленні контакту областей напівпровідника з двома типами провідності. Попри те, що на Заході відкривачем  $p-n$ -переходу традиційно вважають Рассела Ола (1898 – 1987), заявку на його патент було подано 1941 року вже після виходу в світ статті В.Лашкар'юва [22], сам патент видано 1946 року, а перші присвячені  $p-n$ -переходу друковані роботи з'явилися в США лише 1947 року [23].

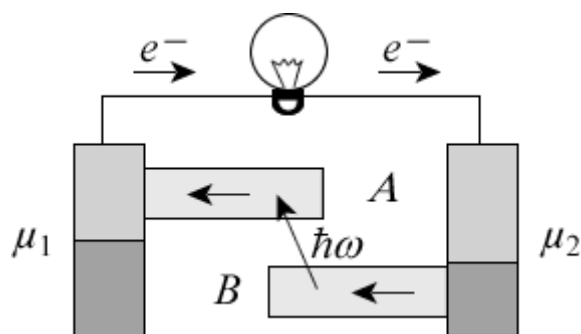


Рис. 22. Можливість отримати струм у зовнішньому колі, якщо контакти асиметричні і дискриміновані (як у  $p-n$  переходах).

На завершення наголосімо: робота є наслідком прослуховування одним з нас (ЮАК) курсів лекцій «Fundamentals Nanoelectronics, Part I: Basic Concepts і «Fundamentals Nanoelectronics», Part II: Quantum Models», прочитаних он-лайн в січні – квітні 2012 долі проф. С.Датта (Supriyo Datta) в рамках ініціативи Purdue University / nanoHUB-U [www.nanohub.org/u]. В ній також використано напрацювання авторського курсу «Фізика конденсованого середовища», який інший автор (МВС) упродовж останніх років читає для магістрів радіофізичного факультету Київського національного університету імені Т. Г. Шевченка.

Авторі щиро вдячні Н. Ю. Кругляк за допомогу в роботі над статтею і в підготовці її до друку.

### Список використаної літератури

1. Кругляк Ю.О., Кругляк Н.Ю., Стріха М.В. Уроки наноелектроніки. виникнення струму, формулювання закону Ома і моди провідності в концепції «знизу – вгору» // *Sensor Electronics Microsys. Tech.* – 2012. – V. 9, N 4. – P. 5 – 30.
2. Кругляк Ю.О., Кругляк Н.Ю., Стріха М.В. Уроки наноелектроніки. Спінтроніка в концепції «знизу – вгору» // *Sensor Electronics Microsys. Tech.* – 2013. – V. 10, N 2. – P. 5 – 37.
3. Datta Supriyo. Lessons from Nanoelectronics: A New Perspective on Transport. – Hackensack, New Jersey: World Scientific Publishing Company. – 2012. – pp. 473; [www.nanohub.org/courses/FoNI](http://www.nanohub.org/courses/FoNI).
4. Einstein A. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen // *Ann. Physik.* – 1905. – V. 322, N 8. – P. 549 – 560.
5. Lindsay Stuart. Introduction to Nanoscience. – Oxford, England: Oxford University Press. – 2009. – pp. 472.
6. Ашкрофт Н., Мермін Н. Фізика твердого тела, тома 1 и 2. – М: Мир. – 1979.
7. Кругляк Ю.О., Стріха М.В. Уроки наноелектроніки. Ефект Холла і вимірювання електрохімічних потенціалів в концепції «знизу – вгору» // *Sensor Electronics Microsys. Tech.* – 2014. – V. 11, N 1. – P. 5 – 27.
8. Sears F.W., Salinger G.L. Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics. – Boston: Addison-Wesley. – 1975.
9. Стріха М.В. Фізика графену: стан і перспективи // *Сенсорна електроніка і мікросистемні технології.* – 2010. – Т. 7, N 3. – С. 5 – 13.
10. Кругляк Ю.А., Кругляк Н.Е. Методические аспекты расчета зонной структуры графена с учетом  $\sigma$ -остова. Теоретические основы // *Вісник Одеського держ. екологічного ун-ту.* – 2012, В. 13. – С. 207 – 218.
11. Rabi M., Mensah S.Y., Abukari S.S. General Scattering Mechanism and Transport in Graphene // *Graphene.* – 2013. – V. 2, N 1. – P. 49 – 54.
12. Bode N., Mariani E., von Oppen F. Transport properties of graphene functionalized with molecular switches // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 2012. – V. 24. – P. 394017/1 – 10.
13. Dong H.M., Xu W., Peeters F.M. High-field transport properties of graphene // *J. Appl. Phys.* – 2011. – V. 110. – P. 063704/1 – 6.
14. Chauhan J., Guo Jing. Inelastic Phonon Scattering in Graphene FETs // *IEEE Trans. Electron Dev.* – 2011. – V. 58, N 11. – P. 3997 – 4003.
15. Peres N.M.R. The transport properties of graphene. An introduction // *Rev. Mod. Phys.* – 2010. – V. 82, N 3. – P. 2673 – 2700.
16. Barreiro A., Lazzeri M., Moser J., Mauri F., Bachtold A. Transport properties of graphene in the high-current limit // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 103. – P. 076601/1 – 4.
17. Больцман Людвиг. Избранные труды. – М: Мир. – 1984. – 590 с.
18. Salahuddin S., Lundstrom M., Datta S. Transport Effects on Signal Propagation in Quantum Wires // *IEEE Trans. Electron Dev.* – 2005. – V. 52, N 8. – P. 1734 – 1742.
19. Кругляк Ю.О., Кругляк Н.Ю., Стріха М.В. Уроки наноелектроніки: термоелектричні явища в концепції «знизу – вгору» // *Sensor Electronics Microsys. Tech.* – 2013. – V. 10, N 1. – P. 6 – 21.
20. Rahman A., Guo Jing, Datta S., Lundstrom M. Theory of Ballistic Nanotransistors // *IEEE Trans. Electron Dev.* – 2003. – V. 50, N 9. – P. 1853 – 1864.
21. Pierret Robert F. Semiconductor Device Fundamentals. – Reading, MA: Addison-Wesley. – 1996. – pp. 791.
22. Лаукарев В.Е. Исследования запорного слоя методом термозонда // *Известия АН СССР, сер. физ.* – 1941. – N 4-5. – С. 442 – 446.
23. Lytovchenko V.G., Strikha M.V. 100 years of semiconductor science. The Ukrainian contribution // *Europhysics News.* – 2014. – V. 45, N 1. – P. 15 – 18.

Стаття надійшла до редакції 21.07.2014 р.