

ПРОЕКТУВАННЯ І МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СЕНСОРИВ

SENSORS DESIGN AND MATHEMATICAL MODELING

УДК 621.382.323

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ КОМУТАЦІЇ В ЕЛЕМЕНТАХ ЛОГІКИ “АБО” НА ОСНОВІ ДЖОЗЕФСОНІВСЬКИХ КРІОТРОНІВ

М.В. Тиханський, Р.Р. Крисько

*Національний Університет “Львівська політехніка”, 79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12, тел. 38-032
2582140, факс: 38-032 2582140, Україна, E-mail: rostyslawk@rambler.ru*

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ КОМУТАЦІЇ В ЕЛЕМЕНТАХ ЛОГІКИ “АБО” НА ОСНОВІ ДЖОЗЕФСОНІВСЬКИХ КРІОТРОНІВ

М.В. Тиханський, Р.Р. Крисько

Анотація. В роботі розглянуто можливість створення елементів цифрової логіки з використанням джозефсонівських кріотронів. Описано принцип роботи цифрових логічних елементів “АБО”, створених на основі джозефсонівських тунельних переходів «надпровідник – ізолятор – надпровідник». Створено математичну модель процесів комутації в таких логічних елементах, визначено основні параметри такої моделі та розраховано перехідні характеристики елемента “АБО” під час зміни їх логічного стану. Показано, що можна реалізувати логічні елементи “АБО” на основі джозефсонівських кріотронів, здійснювати керування їх логічним станом за допомогою вхідних сигналів у вигляді імпульсів струму. Такі логічні елементи задовольняють всі вимоги до елементів логіки “АБО” і можуть стабільно працювати з характерним часом комутації 2 – 3 пс.

Ключові слова: логічний елемент, джозефсонівський кріотрон, перехід-на характеристика, перехідний процес, процес комутації

MATHEMATICAL MODELING OF COMMUTATION IN A LOGIC “OR” BASED ON JOSEPHSON CRYOTRON

M.V. Tyhanskyi, R.R. Krysko

Abstract. The paper considers the possibility of creating elements of digital logic using Josephson cryotrons. We describe the principle of digital logic elements “OR”, based on tunnel junctions “superconductor - insulator - superconductor.” It was made a mathematical model of the commutation processes in the logical elements, defined the basic parameters of this model and transition characteristics calculated while changing the logic state. It is shown that one can implement logic elements “OR” based on the Josephson cryotrons, manage the control of their logical state with the help of guided input signals in the form of current pulses. Such logic elements satisfy all the requirements for logical elements “OR” and can stably work with the commutation time time 2 - 3 ps.

Keywords: logical element, Josephson cryotron, the transition characteristics, transition process, process of commutation

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОММУТАЦИИ В ЭЛЕМЕНТАХ ЛОГИКИ «ИЛИ» НА ОСНОВЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ КРИОТРОНОВ

М.В. Тиханський, Р.Р. Крисько

Аннотация. В работе рассмотрена возможность создания элементов цифровой логики с использованием джозефсоновских криотронов. Описан принцип работы цифровых логических элементов «ИЛИ», созданных на основе туннельных переходов «сверхпроводник - изолятор - сверхпроводник». Создана математическая модель процессов коммутации в таких логических элементах, определены основные параметры такой модели и рассчитаны переходные характеристики элемента «ИЛИ» при изменении логического состояния. Показано, что можно реализовать логические элементы «ИЛИ» на основе джозефсоновских криотронов, осуществлять управление их логическим состоянием с помощью управляющих входных сигналов в виде импульсов тока. Такие логические элементы удовлетворяют все требования к элементам логики «ИЛИ» и могут стабильно работать с характерным временем коммутации 2 - 3 пс.

Ключевые слова: логический элемент, джозефсоновский криотрон, переходная характеристика, переходный процесс, процесс коммутации

Вступ

Фізична реалізація схем логічних елементів може бути різноманітною. Найбільше поширення на цей час мають логічні елементи, виконані на інтегральних мікросхемах. За допомогою логічних елементів «І», «АБО» та «НЕ», які виконують відповідні їм логічні операції, можлива реалізація довільних логічних функцій та створення різноманітних цифрових пристроїв [1-4].

В наших попередніх роботах [5-7] було створено математичну модель перехідних процесів в джозефсонівських криотронах – елементах комп'ютерної пам'яті, де показано, що криотрон може перебувати в двох стійких станах, які можна інтерпретувати як стан логічного «0» та стан логічної «1». Це є передумовою для створення логічних пристроїв та використання їх в цифровій електроніці. В цій роботі запропонована реалізація логічних елементів «АБО» на базі джозефсонівських криотронів. Створена математична модель перехідних процесів, що протікають в таких елементах, розраховані перехідні характеристики та визначені параметри схеми, за яких забезпечується висока швидкодія та стабільність роботи.

Принцип роботи джозефсонівських логічних елементів «або»

Основою джозефсонівського логічного елемента «АБО» є тунельний перехід «надпровідник – ізолятор – надпровідник» (S – I – S – тунельний перехід, в якому може відбуватись бездисипативне тунелювання куперівських пар. Вольтамперна характеристика такого переходу приведена на рис. 1. Коли сила струму I через

тунельний перехід є меншою за силу критичного струму I_c , напруга на переході $V = 0$ внаслідок тунелювання куперівських пар, а якщо $I > I_c$, то тунелювання пар руйнується, на переході виникає напруга $V \neq 0$, оскільки його ВАХ визначається одноелектронним тунелюванням носіїв заряду.

Стану логічного «0» на ВАХ відповідає точка А, де сила струму I дорівнює силі робочого струму I_p , а напруга на логічному елементі $V = 0$, бо виконується співвідношення $I_p < I_c$. Стан логічної «1» реалізується в точках В і С, де $I > I_c$, а напруга $V \neq 0$. Для здійснення логічного переходу «0» → «1» потрібно подати один чи два керуючі сигнали у вигляді одного чи двох імпульсів струму $+ \Delta I$, внаслідок чого загальний струм ($I = I_p + \Delta I$ або $I = I_p + 2\Delta I$) перевищить значення критичного струму I_c і елемент перейде в резистивний стан. На елементі появиться напруга $V \approx V_0$ (точка В чи С) і він перейде у стабільний стан логічної «1». Якщо через деякий проміжок часу τ , який визначатиметься тривалістю керуючих сигналів, дія обидвох керуючих сигналів припиниться, сила загального струму I понизиться до значення сили робочого струму I_p , яке є меншим за силу критичного струму I_c , то елемент повернеться у стан логічного «0» (точка А), тобто має відбутись логічний перехід «1» → «0». Коли припиниться дія тільки одного з двох керуючих сигналів, сила загального струму I понизиться до величини $I_p + \Delta I$ (точка В), яка є більшою за силу критичного струму I_c . В цьому випадку елемент не перейде у стан логічного «0», а залишатиметься в стабільному стані логічної «1».

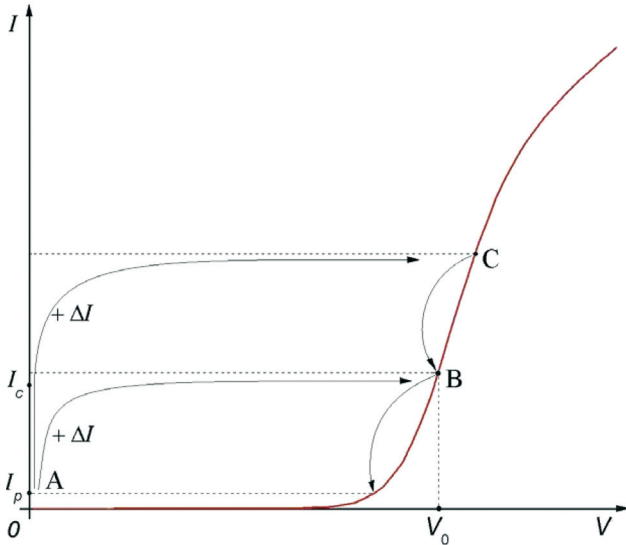


Рис. 1. Вольтамперна характеристика джозефсонівського тунельного переходу та схема керування станом логічного елемента “АБО” сигналами у вигляді імпульсів струму ΔI

Математична модель процесів комутації

Основою математичної моделі процесів комутації в джозефсонівських логічних елементах “АБО” було вибрано диференціальне рівняння, яке використовувалось для моделювання перехідних процесів і розрахунків перехідних характеристик джозефсонівських елементів пам’яті [5] і відоме як рівняння так званої «нелінійно-резистивної моделі» джозефсонівських переходів:

$$I(t) = I_c \sin \varphi(t) + \frac{C\hbar}{2e} \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + \frac{G(V)\hbar}{2e} \frac{d\varphi(t)}{dt}, \quad (1)$$

де $I(t)$ – сила струму, який протікає через елемент, I_c – сила критичного струму, C – ємність S–I–S тунельного переходу – параметр моделі, що описує перезарядження тунельного переходу під час перехідних процесів, $G(V)$ – провідність переходу в разі одноелектронного тунелювання (в загальному випадку провідність G залежить від напруги на елементі V), \hbar – стала Планка, e – заряд електрона, $\varphi(t)$ – невідома функція, яка описує часову залежність різниці фаз хвильових функцій надпровідників з обох боків від тунельного бар’єру (стрибок фази) [7]. Розрахувавши функцію $\varphi(t)$ і використавши відоме співвідношення для нестационарного ефекту Джозефсона

$$V(t) = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{\hbar}{2e} \varphi', \quad (2)$$

ми отримували перехідну характеристику логічного елемента $V(t)$ – часову залежність напруги на елементі $V(t)$ під час процесів комутації (зміни логічного стану), яка містить всю інформацію про перебіг перехідних процесів і яка дозволяє визначати час комутації – характерний час для логічних переходів “0” → “1” чи “1” → “0”.

Для встановлення початкових умов для рівняння (1) ми вважали, що в початковий момент часу ($t = 0$) логічний елемент перебував у стані “0” (точка А), сила струму $I = I_p$, а напруга на елементі $V = 0$. Якщо $V = 0$, то виходячи із співвідношення (2), $\varphi'(0) = 0$. Залежність нормальної провідності тунельного переходу від напруги $G(V)$ на основі формули (2) замінювалась на функцію $G(\varphi')$, яка визначалась із вольтамперної характеристики переходу $I(V)$ в режимі одноелектронного тунелювання. Робочою температурою логічного елемента вибрано температуру кипіння гелію $T = 4,2$ К, для якої була розрахована вольтамперна характеристика тунельного переходу, а розраховану ВАХ апроксимовано простою математичною функцією [6]

$$I(V) = G_0 \cdot \left[0,933 \cdot V - \frac{0,878 \cdot V}{1 + (0,054 \cdot V)^{15,5}} \right], \quad (3)$$

де G_0 – нормальна провідність – параметр, який можна було змінювати в процесі моделювання, що дозволяло змінювати форму ВАХ тунельного переходу.

Для моделювання подачі керуючих сигналів у формі зовнішніх імпульсів струму та їх дії на логічні елементи використовувалась така залежність сили струму від часу:

$$I_{nm}(t) = \begin{cases} I_0 \exp\left(-\frac{(t-t_{nm})^4}{t_0^4}\right), & t \leq t_{nm} \\ I_0, & t_{nm} < t < (t_{nm} + \tau) \\ I_0 \exp\left(-\frac{[t-(t_{nm} + \tau)]^4}{t_0^4}\right), & t \geq t_{nm} + \tau \end{cases}, \quad (4)$$

де n – номер сигналу, що подається на логічний елемент (число n може приймати значення 1 або 2), m – номер імпульса струму в першому чи другому сигналі (число $m = 1; 2; 3; \dots$), I_0 – плітуда керуючих імпульсів струму, t_0 – середній час наростання чи спадання імпульсів струму, t_{nm} – момент часу, коли на логічний елемент по-

давали n – сигнал у формі m – імпульса струму, τ – тривалість імпульсів струму. Моментом подачі сигналів на логічний елемент вважали той момент часу, коли сила струму в імпульсі досягла максимального значення I_0 . Вибір математичної функції e^{-t^4} для моделювання вхідних керуючих імпульсів струму аргументовано в роботі [8].

Сила загального струму $I(t)$, який протікає через логічний елемент, задавалась як сума сили робочого струму I_p , сили імпульсів струму першого сигналу $I_{1m}(t)$ та сили імпульсів струму другого сигналу $I_{2m}(t)$:

$$I(t) = I_p + I_{11}(t) + I_{12}(t) + \dots + I_{21}(t) + I_{22}(t) + \dots \quad (5).$$

Для моделювання процесів комутації та отримання перехідних характеристик логічних елементів $V(t)$ розв'язувалось складене нами диференціальне рівняння:

$$I_p + I_{11}(t) + I_{12}(t) + \dots + I_{21}(t) + I_{22}(t) + \dots = \frac{C\hbar}{2e}\varphi'' + \left[0,933(\alpha\varphi') - \frac{0,878(\alpha\varphi')}{1+(0,054\alpha\varphi')^{15,5}} \right] \cdot G_0 + (I_c)\sin\varphi, \quad (6)$$

де множник $\alpha = \frac{\hbar}{2e}$.

Перехідні характеристики логічних елементів “або”

Створену математичну модель використали для моделювання перехідних процесів та для розрахунків перехідних характеристик в логічних елементах “АБО”, створених на основі джозефсонівських кріотронів. Основними параметрами моделі були такі фізичні характеристики кріотронів та керуючих сигналів: сила робочого струму I_p , сила критичного струму I_c , амплітуда керуючих імпульсів струму I_0 , ємність джозефсонівського тунельного переходу C , нормальна провідність переходу G_0 та тривалість імпульсів струму τ . Розраховані перехідні характеристик $V(t)$ у значній мірі залежали від всіх цих параметрів моделі та їх комбінацій. За будь-якої комбінації навмання встановлених параметрів режим роботи логічного елемента був нестабільним: дія керуючих сигналів або не призводила до логічного пе-

реходу “0” → ”1” або не повертала елемент із стану ”1” в стан “0”. Методом підбору нами визначались такі параметри моделі, за яких логічний елемент “АБО” працював би у стабільному режимі, а потім параметри змінювались так, щоб режим роботи зберігався стабільним, а швидкодія елемента зростала, тобто зменшувався би час комутації (характерний час, за який змінюється логічний стан елемента).

В таблиці 1 наведено основні параметри моделі, за яких розраховані перехідні характеристики показували стабільний режим роботи логічних елементів з мінімальним часом комутації для логічних переходів “0” → ”1” та “1” → ”0”. Також наведено моменти подачі чотирьох імпульсів струму t_{11} , t_{12} , t_{21} та t_{22} .

На рис. 2 приведено результати моделювання процесів комутації в логічних елементах “АБО” та розраховану перехідну характеристику. Для зручності ми приводимо нормовану перехідну характеристику $V(t)/V_0$, де V_0 – напруга на елементі в стані логічної “1”. До моменту часу $t = 50$ пс на елемент не подається жодного керуючого сигналу, сила загального струму $I(t)$ дорівнює силі робочого струму $I_p = 2$ мкА (рис. 2в), який є меншим за силу критичного струму $I_c = 18$ мкА, тому елемент перебуває в стані логічного “0”, а напруга на ньому $V(t) = 0$ (рис. 2г).

В момент часу $t = 50$ пс на елемент подано перший імпульс першого керуючого сигналу $I_1(t)$ (рис. 2а) амплітудою $I_0 = 18$ мкА, а другий керуючий сигнал $I_2(t)$ (рис. 2б) відсутній. Сила загального струму, що протікав через елемент, $I(t) = I_p + I_0 = 20$ мкА перевищила величину I_c (рис. 2в), на елементі появилася напруга $V(t) = V_0$ чи $V(t)/V_0 = 1 = 1$, внаслідок чого логічний елемент пере-рейшов в стан логічної “1”, що видно на перехідній характеристиці $V(t)$ (рис. 2г). В момент часу $t = 100$ пс припинилась дія першого керуючого сигналу, логічний елемент повернувся із стану логічної “1” в стан логічного “0”, що видно на перехідній характеристиці $V(t)$ (рис. 2г). Аналогічну поведінку проявляв логічний елемент “АБО” в проміжок часу $150 \leq t \leq 200$ пс, коли на нього діяв перший імпульс тільки одного другого керуючого сигналу $I_2(t)$ (рис. 2б), а сила струму першого керуючого сигналу $I_1(t) = 0$.

В момент часу $t = 250$ пс на елемент одночасно подано два керуючих сигнали: другий ім-

Таблиця 1

I_p , мкА	I_c , мкА	I_0 , мкА	τ , пс	C , пФ	G_0 , Ом ⁻¹	t_{11} , пс	t_{12} , пс	t_{21} , пс	t_{22} , пс
2	18	18	50	0,75×10 ⁻⁴	0,52·10 ⁻³	50	250	150	250

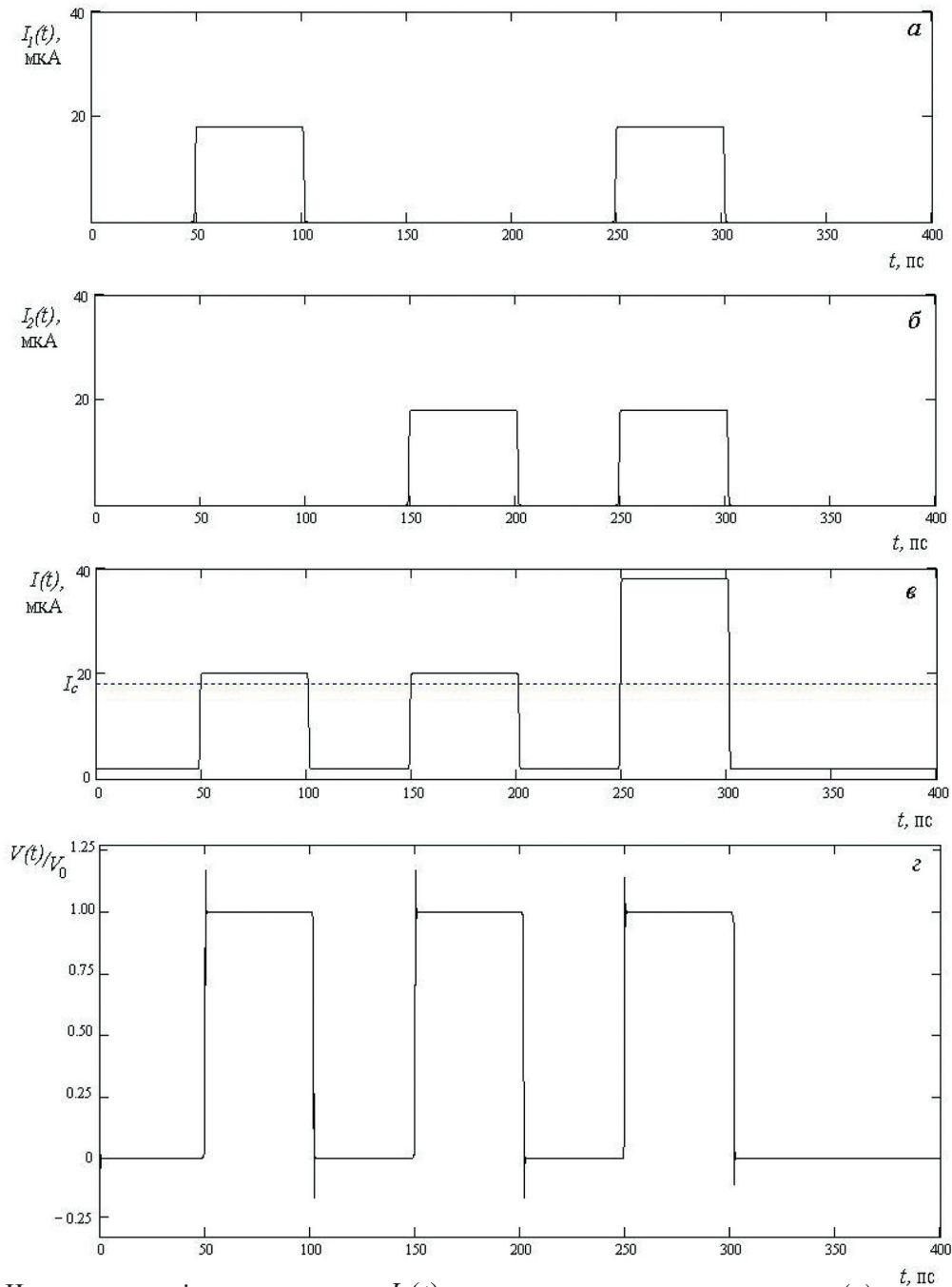


Рис. 2. Часова залежність сили струму $I_1(t)$ для першого керуючого сигналу (а), часова залежність сили струму $I_2(t)$ для другого керуючого сигналу (б), часова залежність сили загального струму $I(t)$ (в) та нормована перехідна характеристика логічного елемента “АБО” $V(t)/V_0$ (г)

пульс першого сигналу та другий імпульс другого сигналу (рис. 2а, 2б). Амплітуда кожного імпульсу струму $I_0 = 18$ мкА, тому сила загального струму $I(t) = I_p + 2I_0 = 38$ мкА. Незважаючи на те, що сила загального струму $I(t)$ була майже у два рази більшою за силу струму у двох попередніх випадках, як показали результати моделювання (рис. 2г), напруга на логічному елементі також була рівною V_0 чи $V(t)/V_0 = 1$. Така напруга на елементі відповідає стану логічної “1”. Коли дія обох сигналів припи-

нилась в момент часу $t = 300$ пс, логічний елемент повернувся в стан логічного “0”. Така поведінка логічного елемента відповідає стабільному режиму роботи елементів логіки “АБО”.

Змінюючи в процесі моделювання ємність S–I–S тунельного переходу C та нормальну провідність G_0 , ми встановили, що ці обидва параметри суттєво впливають на хід перехідних процесів в елементах логіки “АБО”. Їх збільшення чи зменшення відносно значень, приведених в табл. 1,

призводили до збільшення часу комутації логічних елементів, а стабільний режим роботи можна було моделювати, тільки, якщо ємність C змінювалась в інтервалі $0,40 \cdot 10^{-4} - 0,87 \cdot 10^{-4}$ пФ, а провідність G_0 – в інтервалі $0,42 \cdot 10^{-3} - 0,62 \cdot 10^{-3}$ Ом $^{-1}$.

Для оцінки швидкодії елементів та дослідження особливостей протікання процесів комутації під час логічних переходів “0” → “1” і “1” → “0” були отримані перехідні характеристики в іншому часовому масштабі. На рис. 3 приведено нормовану перехідну характеристику логічного елемента $V(t)/V_0$, розраховану під час подачі першого імпульсу першого керуючого сигналу. Видно, що сила загального струму $I(t)$ почала різко зростати в момент часу $t \approx 48,5$ пс, напруга $V(t)$ з цього моменту часу зростала повільно, а різке зростання напруги почалось з деяким запізненням в момент часу $t \approx 49,5$ пс. Після цього мали місце коливання напруги, які були згасаючими, і на елементі встановилась постійна напруга $V(t) = V_0$. Можна вважати, що в момент часу $t \approx 51$ пс перехідний процес в елементі логіки закінчився, відбувся логічний перехід “0” → “1” і оцінений час комутації для таких переходів $\Delta t_{01} \approx 2,5$ пс. Аналогічно протікали процеси комутації під час закінчення дії імпульсів струму керуючих сигналів (рис. 4), внаслідок чого мали місце логічні переходи “1” → “0”. Час кому-

тації для цих логічних переходів $\Delta t_{10} \approx 2$ пс.

Якщо порівняти розраховані перехідні характеристики для елементів логіки “АБО” під час логічних переходів “0” → “1” і “1” → “0” з аналогічними характеристиками, отриманими для елементів пам’яті в роботах [6,7], то можна сказати наступне: у двох випадках зміна логічного стану відбувалась через згасаючі коливання напруги, що є базовою властивістю джозефсонівських контактів як нелінійних коливних систем. Час комутації для елементів пам’яті під час логічних переходів “0” → “1” $\Delta t_{01} \approx 1 - 5$ пс, а під час логічних переходів “1” → “0” був у 5 – 10 разів більшим. Це погіршувало робочі характеристики елементів пам’яті і пояснення такого співвідношення часів комутації було приведено. Результати моделювання для логічних елементів “АБО” показали, що часи комутації Δt_0 і Δt_1 приблизно рівні, що покращує робочі характеристики цих елементів логіки з точки зору їх практичного використання.

Висновки

Створено математичну модель перехідних процесів в логічних елементах “АБО”, які можна реалізувати на основі джозефсонівських тунельних переходів. Розраховано перехідні характеристики таких елементів логіки під час зміни їх логічного

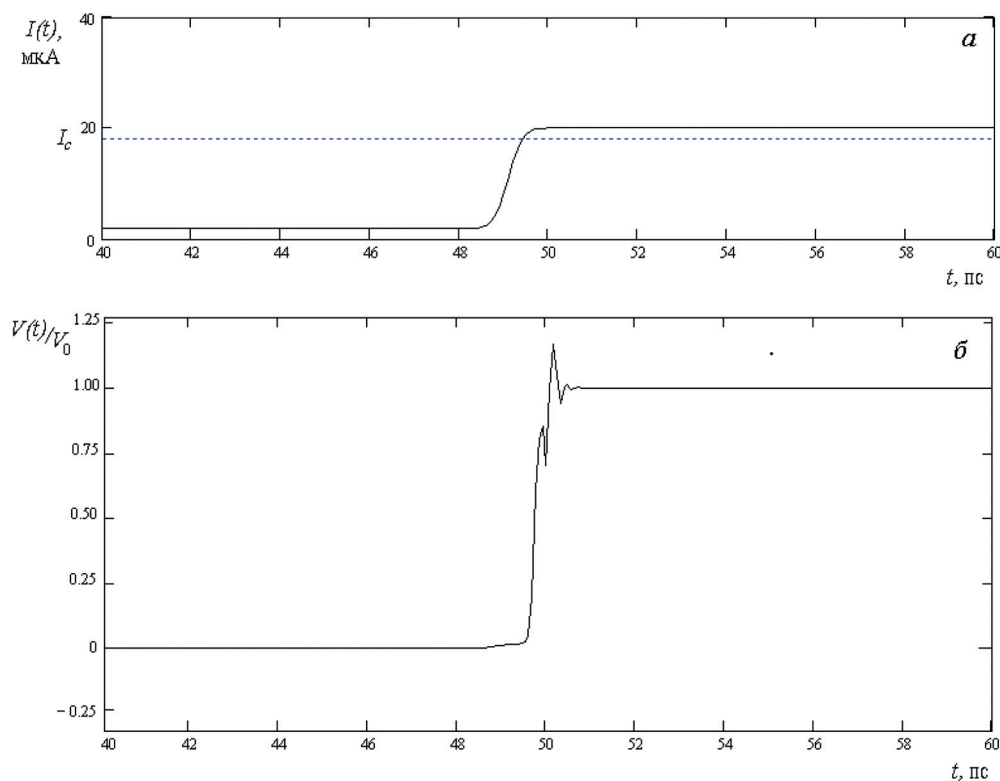


Рис. 3. Часова залежність сили загального струму $I(t)$ під час подачі першого імпульсу першого керуючого сигналу (а) та нормована перехідна характеристика логічного елемента “АБО” $V(t)/V_0$ (б)

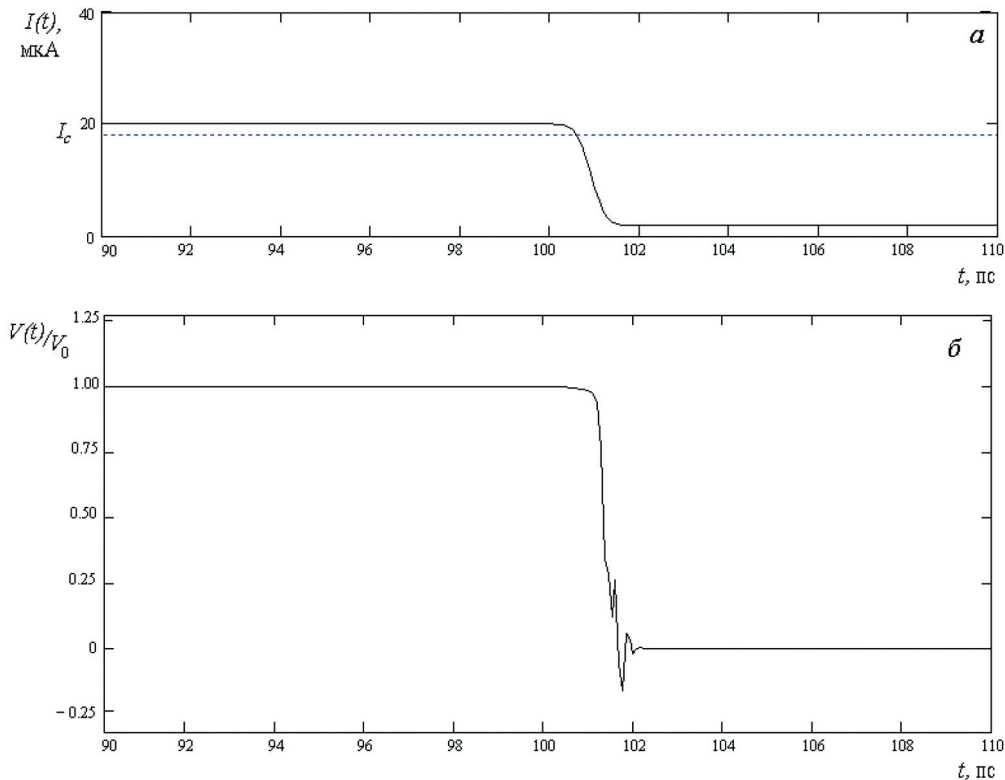


Рис. 4. Часова залежність сили загального струму $I(t)$ під час закінчення дії першого імпульсу першого керуючого сигналу (а) та нормована перехідна характеристика логічного елемента “АБО” $V(t)/V_0$ (б)

стану внаслідок дії керуючих сигналів у вигляді імпульсів струму з використанням всіх параметрів моделі, за яких елементи проявляли стабільний режим роботи, та встановлені оптимальні параметри моделі з точки зору та максимальної швидкодії елементів. Показано, що такі логічні елементи задовольняють всі вимоги до елементів логіки “АБО” і можуть працювати в стабільному режимі з характерним часом комутації 2 – 3 пс.

Література

1. Makhlin Y., Schon G., Shnirman. A., Quantum-state engineering with Josephson-junction devices // *Rev. Mod. Phys.* – 2001. – Vol. 73, №4. – P. 357-400.
2. Plantenberg J.H., Groot P.C., Harmans C.J., Mooij J.E. Demonstration of controlled-NOT quantum gates on a pair of superconducting quantum bits // *Nature* – June 14, 2007. – Vol. 447. – Issue 7146. – P. 836-839.
3. Nacaka H., Kusmartsev. F.V., Superconducting gates with fluxon logics // *Physica C: Superconductivity* – February 20, 2010. - Vol. 470. - P. 827-831.
4. Shaju P.D., Kuriakose V.C., Logic gates using stacked Josephson junctions // *Physica C: Superconductivity* – September 20, 1999. - Vol. 322. – Issue 3-4. – P. 163-168.
5. Тиханський М.В., Крисько Р.Р., Партика А.І., Перехідні характеристики джозефсонівських кріотронів при азотних температурах // *Вісн. НУ”Львівська політехніка”*. 2005. 532. С. 138-146.
6. Тиханський М.В., Крисько Р.Р., Партика А.І., Моделювання перехідних процесів в інформаційних перетворювачах – джозефсонівських кріотронах // *Sensor Electronics and Microsystems Technologies*. - 2009. - №4. С. 26-34.
7. Partyka A. I., Tyhanskyi M.V., Mathematical model for transitional processes in Josephson cryotrons based on tunnel junctions // *Superconductivity and Novel Magnetism*. – DOI: 10.1007/s10948-010-0925-3.
8. Тиханський М.В., Партика А.І. Оптимізація режиму роботи джозефсонівських кріотронів // *Вісн. НУ ”Львівська політехніка”*. - 2007. - № 592. С. 143-148.