

ОПТИЧНІ, ОПТОЕЛЕКТРОННІ І РАДІАЦІЙНІ СЕНСОРИ

OPTICAL AND OPTOELECTRONIC AND RADIATION SENSORS

PACS: 85.30.Fg, 42.70.Nq, 42.65.Sf
УДК 621.315.592, 537.228, 535.527

ТРАНСФОРМАЦІЯ СТАНІВ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЕЛЕКТРОННОЇ
ПІДСИСТЕМИ В УМОВАХ ФОТОРЕФРАКТИВНОГО
ГАНН-ЕФЕКТУ

П. М. Горлей, П. П. Горлей, С. М. Чупира

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
58012, м. Чернівці, вул. Коцюбинського, 2. Тел. : (380-3722) 46877,
e-mail: semicon@chnu.cv.ua

Анотація

ТРАНСФОРМАЦІЯ СТАНІВ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЕЛЕКТРОННОЇ ПІДСИСТЕМИ
В УМОВАХ ФОТОРЕФРАКТИВНОГО ГАНН-ЕФЕКТУ

П. М. Горлей, П. П. Горлей, С. М. Чупира

Для напівпровідника, на який окрім гріючого носії електричного поля діють дві квазі-монохроматичні хвилі в умовах домішкового поглинання, у моделі одномірної польової задачі знайдено систему диференційних рівнянь для коефіцієнтів розкладу концентрації електронів і електричного поля у ряд за тригонометричними функціями. За допомогою числових методів досліджено трансформацію динамічних станів системи і описано її в термінах теорії самоорганізації — розмірності Хаусдорфа та показників Ляпунова. Показано, що в залежності від степені компенсації мілких домішок та інтенсивності світлової хвилі досліджувана система може знаходитись у двох суттєво різних за стійкістю коливних станах.

Ключові слова: фоторефрактивний ефект Ганна, динамічна система, фазовий портрет, розмірність Хаусдорфа, показник Ляпунова

Abstract

STATE TRANSFORMATION FOR THE NON-STATIONARY ELECTRON SUBSYSTEM
UNDER PHOTO-REFRACTIVE GUNN EFFECT

P. M. Gorley, P. P. Horley, S. M. Chupyra

For the semiconductor subjected to the action of carrier-warming electric field and two quasi-monochromatic waves under impurity absorption the authors determined the differential equation set describing the trigonometric series coefficients for the distributions of carrier concentrations and electric field in the framework of one-dimensional field model. The obtained system was solved numerically that allowed the investigation of its dynamic states using self-organization methodology, namely Hausdorff dimension and Lyapunov exponents. It was shown that

depending on the concentration of the shallow impurity and the intensity of the incident light wave it is possible to switch the system between the two oscillatory states, significantly different in the terms of motion stability.

Key words: photorefractive Gunn effect, dynamical system, phase portrait, Hausdorff dimension, Lyapunov exponent

Аннотация

ТРАНСФОРМАЦИЯ СОСТОЯНИЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДСИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ ФОТОРЕФРАКТИВНОГО ГАНН-ЭФФЕКТА

П. Н. Горлей, П. П. Горлей, С. Н. Чупыра

Для полупроводника, на который кроме греющего носители электрического поля действуют две квази-монокроматических волны в условиях примесного поглощения, в модели одномерной полевой задачи получена система дифференциальных уравнений для коэффициентов разложения концентрации электронов и электрического поля в ряд по тригонометрическим функциям. С помощью численных методов исследована трансформация динамических состояний системы и описана в терминах теории самоорганизации — размерности Хаусдорфа и показателей Ляпунова. Показано, что в зависимости от степени компенсации мелких примесей и интенсивности световой волны исследуемая система может находиться в двух существенно разных по стойкости колебательных состояниях.

Ключевые слова: фоторефрактивный эффект Ганна, динамическая система, фазовый портрет, размерность Хаусдорфа, показатель Ляпунова

Вступ

Фоторефрактивный Ганн-эффект (ФГЕ), вперше описаний у 1996 році в роботі [1], є поєднанням добре вивчених з фізичної точки зору ефекту Ганна [2] та фоторефрактивного ефекту [3]. Суть ФГЕ заключається у зміні фоторефрактивного індексу $\Delta n(E)$ (ефект Погкельса [4]) напівпровідника під впливом греючого носії електричного поля з напруженістю E , при умові, що на кристал діють дві квазі-монокроматичні світлові хвилі з невеликою різницею частот (ω і $\omega + \Omega$, $\Omega \ll \omega$). Передбачається, що напівпровідник має зонну структуру n -GaAs і, окрім скомпенсованих домішок акцепторного та донорного типу (з концентраціями N_A і N_D , відповідно), характеризується наявністю глибокого домішкового центру з концентрацією N_D^i . Даний ефект спостерігається в умовах існування від'ємної диференційної провідності, коли в напівпровіднику утворюються домени сильного поля і, відповідно, швидкість електронів є нелінійною функцією електричного поля $v(E)$. Можливими галузями застосування ФГЕ є [1]: оптичні перемикачі, швидкодіючі та чутливі детектори оптичних сигналів на фоні шумів, безпосередні перетво-

рювачі оптичної інформації в електричні сигнали тощо.

Вияснення природи фізичних процесів в умовах ФГЕ знаходиться на початковому етапі. Так, у роботі [5] методами чисельного аналізу показано, що наявність синфазних інтерференційних структур, які викликаються падаючими на кристал двома квазі-монокроматичними світловими хвилями, приводить до виникнення у ньому доменів сильного поля. У наших попередніх роботах [6-9] досліджено залежності стаціонарних просторово-однорідних і просторово-неоднорідних розподілів концентрації носіїв і поля від величин зовнішніх чинників. У даній роботі вперше детально вивчена еволюція станів нестационарної системи носіїв з використанням методів теорії самоорганізації динамічних систем [10], а саме — для режимів слабкої та сильної інтенсивності світлової хвилі розраховано значення максимального показника Ляпунова та розмірності Хаусдорфа, які описують трансформацію фазового портрету системи в залежності від значень концентрації легуючої домішки. Показано, що в залежності від ступеня легування та величини інтенсивності світлової хвилі дослі-

джувана система може знаходитись у двох суттєво різних коливних станах.

Теоретична частина

У відповідності з [1] для ФГЕ зміна концентрацій зонних електронів n , іонізованих донорів N_D^i і напруженості електричного поля \mathbf{E} з часом t і координатою z описується одномірною системою диференційних рівнянь у часткових похідних, яка у безрозмірних змінних має вигляд [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_1}{\partial \tau} &= a [1 + m \cos(kx + \Omega\tau)] (b - y_1) - y_1 y_2, \\ \frac{\partial y_2}{\partial \tau} &= \frac{\partial y_1}{\partial \tau} + \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left[y_2 v + \beta \frac{\partial y_2}{\partial x} \right], \\ \frac{\partial y_3}{\partial x} &= -\frac{1}{\alpha\beta} (y_2 - y_1 + 1), \end{aligned} \quad (1)$$

де $y_1 = N_D^i / N_A$, $y_2 = n / N_A$, $y_3 = E / E_s$, $\tau = \gamma N_A t$, $x = \varepsilon \varepsilon_0 E_s \gamma z / (eD)$, $a = s I_0 / (\gamma N_A)$, $b = N_D / N_A$, $\alpha = \varepsilon \varepsilon_0 E_s v_s / (eDN_A)$, $\beta = \varepsilon \varepsilon_0 E_s \gamma / (e v_s)$, $k = 2\pi e D / \Lambda \varepsilon \varepsilon_0 E_s \gamma$, $v \equiv v(y_3) / v_s = y_3 (1 + A y_3^3) / (1 + A y_3^4)$ — безрозмірна швидкість дрейфу електронів. Тут s — поперечний переріз фотоіонізації, γ і D — коефіцієнти рекомбінації і дифузії, відповідно; e — величина заряду електрона, ε_0 і ε — діелектрична проникність вакууму і напівпровідника, відповідно; v_s — значення насичення дрейфової швидкості електронів, E_s — напруженість поля насичення; A — параметр, що залежить від властивостей матеріалу; Λ — відстань між максимумами рухомої інтерференційної структури з інтенсивністю $I(z, t) = I_0 [1 + m \cos(2\pi z / \Lambda + \Omega t)]$, де параметр m описує глибину модуляції, а I_0 — усереднена за часом інтенсивність хвилі. Вважалося, що коефіцієнти D , s і γ не залежать від електричного поля та просторових координат.

У [6] показано, що стаціонарні просторово-однорідні ($x \rightarrow \infty$, $\tau \rightarrow \infty$) розв'язки системи рівнянь (1) y_{10} і y_{20} мають вигляд:

$$\begin{aligned} y_{10} &= 0,5 \left(\sqrt{(a-1)^2 + 4ab} - (a-1) \right), \\ y_{20} &= 0,5 \left(\sqrt{(a-1)^2 + 4ab} - (a+1) \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Стаціонарне значення напруженості електричного поля y_{30} в середині зразка при заданій густині електричного струму j_0 , що протікає

через зразок, знаходиться як розв'язок рівняння $j_0 = y_{20} v(y_{30})$.

Розв'язок системи рівнянь (1) будемо шукати у вигляді ряду [11]:

$$\begin{aligned} y_n &= y_{n0} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \left[\delta y_{nj}^{re}(\tau) \cos(jkx) + \delta y_{nj}^{im}(\tau) \sin(jkx) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

$(n = 1, 2, 3)$

з ваговими коефіцієнтами $\delta y_{nj}^{re,im}$, які залежать від часу і не залежать від координат.

Обмежуючися трьома гармоніками у розкладі (3) ($p = 3$) і підставляючи його у систему (1), після об'єднання доданків при косинусах і синусах з однаковими аргументами одержимо систему з дванадцяти диференційних рівнянь відносно $\delta y_{nj}^{re,im}$, яка в загальному випадку має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta y_{1j}^{re,im}}{\partial \tau} &= \\ &= am(b - y_{10}) \Psi(y_{1j}^{re,im}, \cos(\Omega\tau), \sin(\Omega\tau)) + \\ &+ \prod_j h_j^1 y_{1j}^{re,im} + \prod_{ij} h_{ij}^2 y_{1i}^{re} y_{2j}^{im}, \\ \frac{\partial \delta y_{2j}^{re,im}}{\partial \tau} &= \\ &= f(\alpha, \beta, k) \{ \Theta(\alpha, \beta, k, a, m, b, \cos(\Omega\tau), \sin(\Omega\tau)) + \\ &+ \prod_j h_j^3 y_{pj}^{re,im} + \prod_{ij} h_{ij}^4 y_{pi}^{re} y_{pj}^{im} + \\ &+ \prod_{ij_1} h_{ij_1}^5 y_{pi}^{re} y_{pj}^{im} y_{pi_1}^{re,im} + \prod_{ij_1, j_2} h_{ij_1, j_2}^6 y_{pi}^{re} y_{pj}^{im} y_{pi_1}^{re} y_{pj_2}^{im} \}, \end{aligned} \quad (4)$$

де функції Ψ і Θ складним чином залежать від своїх аргументів, а коефіцієнти h_j^1 , h_{ij}^2 , h_j^3 , h_{ij}^4 , $h_{ij_1}^5$, h_{ij_1, j_2}^6 є певними комбінаціями параметрів y_{10} , y_{20} , y_{30} , α , β , k , a , m та $\cos(\Omega\tau)$, $\sin(\Omega\tau)$.

Змінні $\delta y_{3j}^{re,im}$ виражаються через $\delta y_{1j, 2j}^{re,im}$ за такими формулами:

$$\delta y_{3j}^{re} = \frac{1}{j} \cdot \frac{\delta y_{2j}^{im} - \delta y_{1j}^{im}}{\alpha\beta k}, \quad \delta y_{3j}^{im} = \frac{1}{j} \cdot \frac{\delta y_{1j}^{re} - \delta y_{2j}^{re}}{\alpha\beta k}. \quad (5)$$

Вирази (5) забезпечують виконання умови електронейтральності кристалу. Окрім (4) та (5) одержуються ще три алгебраїчних рівняння, які використовувалися нами для перевірки коректності числових розрахунків і зв'язують між собою змінні $\delta y_{nj}^{re,im}$ та параметри досліджуваної системи.

Результати розрахунків і їх обговорення

Система рівнянь (4) розв'язувалася чисельно методом Рунге-Кутта четвертого порядку [12]. Крок інтегрування вибирався рівним $h = 0,3$, а величини початкових значень фазових змінних — близькими до нуля з подальшим уточненням їх приналежності до басейну притягання розв'язків системи. В якості модельного вибирався напівпровідник з параметрами n-GaAs [1] (при $T = 300$ К): $\epsilon = 13,2\epsilon_0$, $\mu = 0,5 \text{ м}^2 \text{В}^{-1} \text{с}^{-1}$, $v_s = 8,5 \cdot 10^4 \text{ м/с}$, $E_s = 1,7 \cdot 10^5 \text{ В/м}$, $\gamma = 10^{-12} \text{ с}^{-1}$, $D = 0,0129 \text{ м}^2/\text{с}$, $N_a = 10^{22} \text{ м}^{-3}$, $A=0,04$.

Результати проведених розрахунків у наближеннях однієї, двох і трьох гармонік засвідчують добру збіжність розкладу (3). Отримані формули (4) і (5) дають можливість розрахувати просторово-часові розподіли концентрації n і напруженості поля E у зразку в залежності від величин та сукупності керуючих параметрів (a , Ω , k , m , b та y_{30}).

Нами досліджувалася залежність фазових змінних від концентрації легуючої домішки у випадках слабкої ($a=2,5 \cdot 10^{-6}$) і високої ($a=10^{-4}$) інтенсивностей освітлення. Нижче в якості прикладу наведено вказані залежності для b з діапазону 1,1-500 при фіксованому наборі інших керуючих параметрів ($\Omega = 10^{-3}$, $k = 32,25$, $m = 0,25$ та $y_{30} = 3,1$). Найбільш характерні з отриманих фазових портретів системи у проєкціях на площини $y_2 y_1$, $y_3 y_1$ та $y_3 y_2$ представлено на рис.1 (випадок слабкої інтенсивності — рис. 1.a–1.g, високої інтенсивності — рис.1.h). Впорядкованість і стійкість отриманих розв'язків (рис.2) встановлювалася за величиною розмірності Хаусдорфа D і знаком найбільшого показника Ляпунова λ_m [10].

Із рис. 1 видно, що при великих рівнях компенсації ($b < 6,38$, рис. 1.a-d) коливання фазових змінних мають складну структуру, коли кожний наступний виток фазової траєкторії не замикає цикл, а проходить поруч з попереднім з невеликою затримкою чи випередженням за фазою. Ймовірно, що такі високочастотні коливання концентрацій та напруженості електричного поля є наслідком високочастотної генерації доменів Ганна під дією рухомої інтерференційної картини на поверхні зразка. Слід відмітити, що фазовий портрет системи при $b < 3$ (рис.1.a) є високочастотно-модульованою версією граничного циклу, який спостері-

гається у системі при високому вмісті донорної домішки $b > 100$ (рис. 1.g). Він також притаманний для стаціонарного просторово-неоднорідного розподілу фазових змінних, детально дослідженому у роботі [6]. Характерно, що при зміні степені компенсації мілких домішок у інтервалі $b \in (1 + 6,394)$ концентрація носіїв у системі збільшується, зростає амплітуда коливань фазових змінних (рис.1.a-d), збільшується об'ємна густина фазового портрету і, відповідно, величина розмірності Хаусдорфа з 1,58 до 1,71 (рис. 2).

Із аналізу кривої залежності $\lambda_m(b)$ слідує (рис. 2), що при $b < 2$ стани системи є стійкими ($\lambda_m < 0$). Зі збільшенням величини керуючого параметру вигляд фазового портрету ускладнюється (рис. 1.b,c) і при наближенні до критичного значення $b_k \sim 6,394$ фазовий портрет системи хаотизується (рис.1.d). При цьому амплітуди і частоти вищих гармонік суттєво зростають, а хаусдорфівська розмірність і максимальний показник Ляпунова терплять скачок (вставка на рис. 2).

Для значень $b > b_k$ модульована хвиля зникає і осциляції в системі перетворюються на суперпозицію гармонічних коливань, яким відповідає фазовий портрет у вигляді граничного циклу. Просторова конфігурація граничного циклу повільно змінюється зі збільшенням величини b (рис.1.e-g), що призводить до зміни його розмірності Хаусдорфа від 1,14 до 1,2, в той час як максимальний коефіцієнт Ляпунова набуває від'ємних значень, які свідчать про стійкість руху в системі (рис.2). При $b > 100$ проєкція фазового портрету на площину $y_1 y_3$ набуває вигляду замкнутої кривої з двома чітко вираженими петлями, розмір яких збільшується при рості керуючого параметру b (рис. 1.f,g).

При високих інтенсивностях освітлення ($a = 10^{-4}$, рис. 1.h) рух фазової точки є стійким навіть при малих значеннях b і фазовий портрет системи є граничним циклом. Характерно, що при $b > 30$ зсув фаз між коливаннями концентрації y_1 та напруженості електричного поля y_3 зменшується і приводить до деформації граничного циклу, який у проєкції на площину $y_1 y_3$ перетворюється на витягнутий еліпс, кут нахилу якого до вісі y_3 збільшується з ростом b .

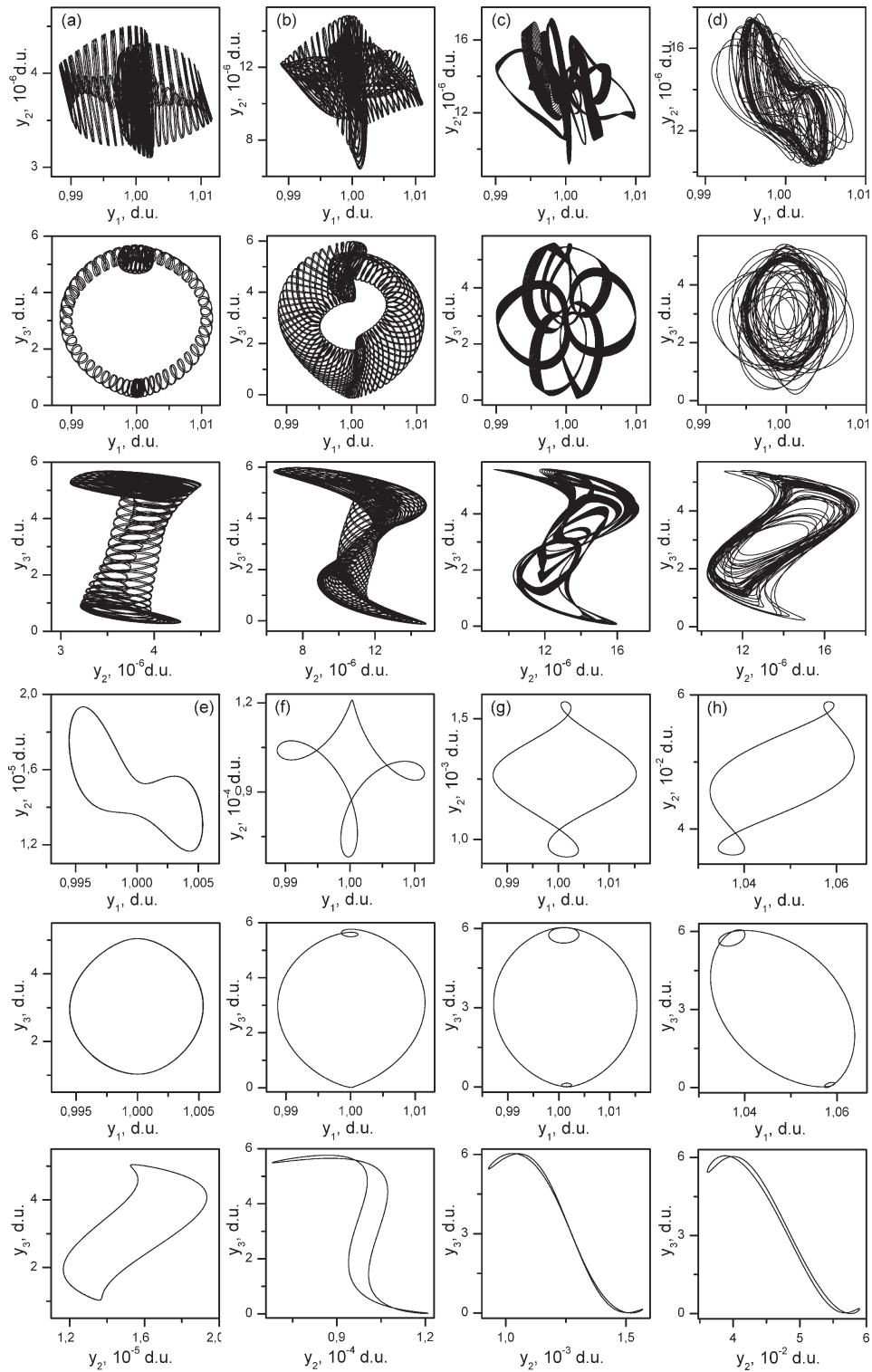


Рис. 1. Проекції фазового портрету системи при $a = 2,5 \cdot 10^{-6}$ та різних значеннях керуючого параметру b :
 а — 2,5, б — 5,5, в — 6,3, д — 6,39,
 е — 7, ф — 40, г — 500. Рис. 1.г — $a = 10^{-4}$, $b = 500$

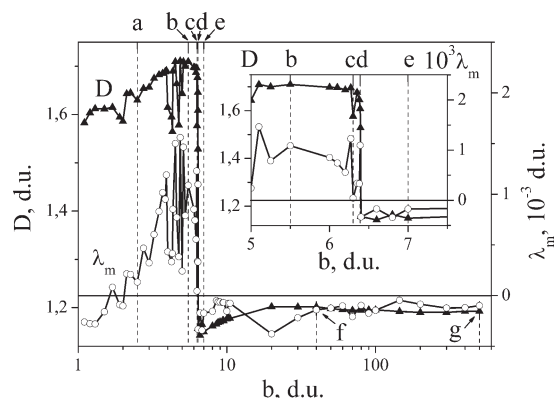


Рис. 2. Залежності розмірності Хаусдорфа D та максимального показника Ляпунова λ_m від степені компенсації мілких домішок при $a = 2,5 \cdot 10^{-6}$. На вставці: зазначені залежності в околі критичного значення $b = b_k$

Висновки

Таким чином, досліджувана система в залежності від степені легування може знаходитись у двох суттєво різних коливних станах: при великих рівнях компенсації осциляції фазових змінних мають складну форму і при цьому амплітуда та частота коливань зростають зі збільшенням величини керуючого параметра b . У некомпенсованому напівпровіднику при збільшенні концентрації донорної домішки осциляції фазових змінних характеризуються низькою частотою, а рух фазової точки системи є стійким. При великих інтенсивностях освітлення перший тип осциляцій фазових змінних не спостерігається навіть при малих b .

Дана робота частково виконана в рамках гранту Президента України для підтримки наукових досліджень молодих учених (проект Ф11/25-2006).

Література

1. Segev M., Collings B., Abraham D., Photorefractive Gunn effect // *Phys. Rev. Lett.* — 1996. — Vol. 76, № 20. — P. 3798-3801.
2. Левинштейн М. Е., Пожела Ю. К., Шур М. С., Эффект Ганна. — М.: Сов.радио, 1975. — 288 с.
3. Yariv A., Yen P., Optical waves in crystals. — М.: Мир, 1987. — 616 с.
4. Мустель Е. Р., Парыгин В. Н., Методы модуляции и сканирования света. — М., 1970.
5. Bonilla L. L., Kindelan M., and Hernando P. J., Photorefractive Gunn effect // *Phys. Rev. B.* — 1998. — V. 58. — P. 7046-7052.
6. Gorley P. M., Horley P. P., Gonzalez-Hernandez J., and Vorobiev Yu. V., Self-organization processes in semiconductor under photo-induced Gunn effect // *Materials Science and Engineering B.* — 2002. — Vol. 88. — P. 286-291.
7. Gonzalez-Hernandez J., Vorobiev Yu. V., Horley P. P., and Gorley P. M., Investigation of self-organization processes in semiconductor under photo-Gunn effect // *Modern Physics Letters B.* — 2001. — Vol. 15, № 17-19. — P. 712-715.
8. Chupyra S. M., Horley P. P., Gorley P. M., Self-organization in semiconductors with drift instability under influence of modulated light. II. Light response to external field variations // *Functional materials.* — 2005. — V. 12, № 4. — P. 786-792.
9. Gorley P. M., Horley P. P., Chypura S. M., Peculiarities of space-time perturbation wave propagation in semiconductor under the photo Gunn effect // *Ukr. J. Phys.* — 2006. — V. 51, № 4. — P. 390-393.
10. Николис Г., Пригожин И., Самоорганизация в неравновесных системах от диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. — М.: Мир, 1979. — 512 с.
11. Горлей П.М., Горлей П.П., Раренко І.М., Трансформація станів нестационарної системи з двома типами носіїв // *Наук. вісник Чернівецького університету, Фізика.* — 1998. — Т. 40. — С.32-35.
12. Камке Э., Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — М.: Мир, 1984. — 528 с.