МІКРОСИСТЕМНІ ТА НАНОТЕХНОЛОГІЇ
(MST, LIGA-ТЕХНОЛОГІЯ, АКТЮАТОРИ ТА ІН)

MICROSYSTEM AND NANOTECHNOLOGIES
(MST, LIGA-TECHNOLOGIES, ACTUATORS)

PACS: 92.70.GT± 92.60.FM±42.68JG
УДК 556.12 : 551.577.35 : 517.444

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МИКРОСИСТЕМНОЙ ТЕХНОЛОГИИ «GEOMATH»: БАЛАНС УГЛОВОГО МОМЕНТА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРНЫЕ РАДИОВОЛНОВОДЫ И ТЕЛЕКОННЕКЦИЯ I.

А. В. Глушков, С. В. Амбросов, О. Ю. Хецелиус, Ю. Я. Бунякова, Г. П. Препелица, Э. Н. Серга, Е. П. Соляникова

Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса
Одесский государственный экологический университет, г. Одесса

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МИКРОСИСТЕМНОЙ ТЕХНОЛОГИИ «GEOMATH»: БАЛАНС УГЛОВОГО МОМЕНТА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРНЫЕ РАДИОВОЛНОВОДЫ И ТЕЛЕКОННЕКЦИЯ I.

А. В. Глушков, С. В. Амбросов, О. Ю. Хецелиус, Ю. Я. Бунякова, Г. П. Препелица, Э. Н. Серга, Е. П. Соляникова

Аннотация. Разработаны теоретические основы новой микросистемной технологии «GeoMath» для моделирования глобальных механизмов атмосферных процессов, баланса углового момента Земли, эффекта телеконнекции и параметров атмосферных радиоволноводов.

Ключевые слова: микросистемная технология, GeoMath, баланс углового момента Земли, атмосферные модели, телеконнекция, радиоволноводы

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МІКРОСИСТЕМНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ «GEOMATH»: БАЛАНС КУТОВОГО МОМЕНТУ ЗЕМЛІ, АТМОСФЕРНІ РАДІОХВИЛЬОВОДИ ТА ТЕЛЕКОНЕКЦІЯ I.

О. В. Глушков, С. В. Амбросов, О. Ю. Хецеліус, Ю. Я. Бунякова, Г. П. Препелица, Е. М. Сєрга, О. П. Солянікова

Анотація. Розроблені теоретичні основи нової мікросистемної технології «GeoMath» для моделювання глобальних механізмів в атмосферних процесах, балансу кутового моменту Землі, ефекту телеконекція і параметрів атмосферних радіохвильоводів.

Ключові слова: мікросистемна технологія, Geomath, баланс кутового моменту Землі, атмосферні моделі, телеконекція, радіохвильоводи

THEORETICAL BASES OF THE MICROSYSTEM TECHNOLOGY «GEOMATH»: BALANCE OF THE EARTH ANGLE MOMENT, ATMOSPHERIC RADIOWAVEGUIDES AND TELECONNECTION I.

A. V. Glushkov, S. V. Ambrosov, O. Yu. Khetselius, Yu. Ya. Bunyakova, G. P. Prepelitsa, E. N. Serga, E. P. Solyanikova

Abstract. We present the theoretical bases of a new microsystem technology «GeoMath» and its application to modelling the global mechanisms in atmosphere models, the Earth angle moment balance, teleconnection effect and atmospheric radio waveguides.

Keywords: microsystem technology, Geomath, Earth angle moment balance, atmosphere models, teleconnection, radio waveguides

1. Введение

Компьютерные технологии находят широкое применение при решении различных актуальных задач современной физики климата, окружающей среды, различных геосфер и т.д. Развитие в этом направлении новых сенсорных средств, в т.ч. с использованием искусственных спутников Земли и различных аппаратных средств, новых эффективных микросистемных технологий, в т.ч. для обработки колоссальных по размеру объемов геоданных, относится к числу наиболее важных и актуальных проблем [1–33].

Настоящая работа продолжает наши исследования по разработке и усовершенствованию новой микросистемной технологии «GeoMath», разработанной нами в работах [1–4,13,14,21–31,34–42]. В качестве иллюстрации весьма эффектных возможностей микросистемной технологии «GeoMath» приведем сводку некоторых рассмотренных с её помощью классов задач, в частности [2,13,21,22,27–29,34–42]: 1). Разработана новая технология обработки данных и детектирования структуры поля загрязнения воздуха в атмосфере промышленного города, базирующаяся на использовании данных эмпирических наблюдений и комплексе программ мультифрактального и вэйвлет анализа, и на основе анализа эмпирических данных в рамках метода корреляционной размерности обнаружены стохастичность и эффекты хаоса в динамике и структуре поля загрязнения атмосферы промышленного города; 2). Разработана новая технология обработки данных и детектирования корелляции между атмосферными телеконнекционными паттернами и величиной морского ледового покрытия, базирующаяся на использовании данных наблюдений; 3). Решена задача о долговременных изменениях фаз антарктического колебания и их связи с содержанием озона в южном полушарии; 4). С использованием аппарата вейвлет-анализа выполнена оценка кинетических особенностей энергообмена в смеси CO_2-N_2-H_20 атмосферных газов при прохождении через атмосферу лазерного излучения в рамках 3-модовой кинетической модели для разных параметров лазерных импульсов; 5). Разработаны и численно реализованы группы физических 3D моделей гидрологического цикла и выполнен анализ данных колебаний внутри сезонных расходов и временной эволюции флуктуаций загрязняющих веществ в водных бассейнах (приустьевых зонах ряда рек и и т.д.). Наконец, впервые предсказан эффект генезиса фрактальных размерностей в системе: «космическая плазма — галактические космические лучи — турбулентные пульсации в планетарной атмосферной системе» [2]. В современной физике климата определилась необходимость разработки специальных методов наблюдений за низкочастотными колебаниями неравновесных термодинамических процессов в геосферах [1–31]. До настоящего времени для индикации таких явлений применяют методы физико-статистического анализа и обработки наборов данных сети наземных или спутниковых измерений. Однако, эти приемы далеки от стандартизации и в некоторой степени уникальны для каждого из указанных долгопериодных процессов. Поэтому развитие методов мониторинга самих низкочастотных процессов планетарного масштаба по наблюдению за некими геофизическими факторами, суммирующими вклады низкочастотных колебаний, особо актуально в долгосрочной физике климатических прогнозов [1–15]. В настоящее время эта проблема далека от своего разрешения, хотя ряд косвенных шагов в указанном направлении предпринят в ряде работ (см.,напр.,[1–4,12–14,26–31]). Информационной базой современных долго- и сверхдолгосрочных прогнозов может быть как спутниковая информация, так и материалы наблюдений за характеристиками радиоволноводов, особенно в нижнетропосферных слоях, выполняемые на основе радиотехнических средств анализа пропускания радиоволн в УКВ диапазоне. Тот и другой методы в своей основе опираются на основной критерий концентрации гидрометеоров в облаках для спутникового зондирования и водяных паров совместно с гидрометеорами для волноводов ультракоротковолнового (УКВ) диапазона. Поскольку любые очаги планетарного масштаба скопления воды в атмосфере, находящейся в трех фазовых состояниях (пар, вода, лед), формируются на основе механики цикло- и фронтогенеза или в линиях конвективной неустойчивости, которые составляют основу процесса синоптических перестроек главным образом в тропических широтах и в антициклонических образованиях, можно ввести некую физико-математическую модель на основе термодинамики и гидромеханики процессов, формирующих эти скопления. К примеру, физика этих процессов может совпадать с механикой солитона, имеющего долгопериодную основу энергетической подпитки [29–31]. Механика действия такого солитона определяет основные термо-гидро-динамические параметры радиоволновода УКВ. Можно полагать, что для приподнятого тропосферного волновода УКВ более характерен солитон атмосферного фронта [13,31]. Солитон фронта основан на долговременном существовании и на самостоятельном динамизме фронтального раздела полярного фронта умеренных широт, опоясывающего земной шар. Аналогичные разделы арктического и тропического фронтов имеют несколько менее устойчивую структуру, т.к. находятся в зоне активного антициклогенеза арктического антициклона и субтропического пояса высокого давления, в которых активны солитоны Россби (см., напр., [13,14,31]). Поэтому солитон полярного фронта представляет собой характерный планетарный ансамбль низкочастотного волнового и вихревого процесса, сопряженный с приподнятым тропосферным волноводом УКВ. Можно также отметить тот факт, что полярный фронт является активным отражателем процесса телеконнекции между ячейками Гадлея и Южным процессом на основе Эль-Ниньо и арктическим антициклоном, имеющим гребневые отроги в Сибирский и Канадско-Гренландский антициклоны, которые, по всей вероятности, имеют структуру солитонов Россби. Эффект телеконнекции изложен в работах [5,27,29,30]. В основополагающей работе [6] основное внимание уделено балансу углового момента в планетарных динамических перемещениях воздушных масс и, в частности, на основе данных радиозондовых измерений проведена оценка зонального распределения потока относительного углового момента в атмосфере [5,6]. Наблюдаемый баланс (дисбаланс) углового момента следует в принципе рассчитывать по прямым измерениям ветра в атмосфере и усреднять за год [13,14]. Угловой момент передается от поверхности Земли (главным образом над океанами) в тропиках и переносится вверх в ячейки Гадлея, затем движется в верхних слоях атмосферы к полюсу и отдается обратно Земле в средних широтах. Имеющий место дисбаланс углового момента остается одной из фундаментальных проблем современной геофизики. Здесь на основе новой технологии «GeoMath» и имплементированных в неё принципиально новых атмосферных моделей предлагается новый подход к оценке баланса углового момента Земли, базирующийся также на использовании методов теории комплексного поля. Одна из целей работы состоит в уяснении не только атмосферного, но и гидро- и литосферного вкладов в баланс углового момента Земли, а также, возможно, вклада в искомый баланс недавно обнаруженного существования (открытие 2007г.) в ядре Земли естественного ядерного геореактора [32].

2. Баланс углового момента

Мастерным для баланса углового момента является интегральное вида [6,14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \rho M dV = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2}\int_0^H\int_0^{2\pi} \rho v M d\lambda dz d\varphi +$$

$$+\int_0^H\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}\int_0^{2\pi}\left(p_E^i - p_W^i\right)\cos\lambda dz d\lambda d\varphi +$$

$$+\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}\int_0^{2\pi}\int_0^H \tau_0 a \cos\lambda d\lambda d\phi dz, \qquad (1)$$

где $M = \Omega a^2 \cos^2\lambda + u a \cos\lambda$ — угловой момент; Ω — угловая скорость вращения Земли; λ — широта (λ_1 — λ_2 отделяют широтный пояс между арктическим и полярным фронтами); ρ — плотность воздуха; V — весь объем атмосферы в указанном широтном поясе от уровня моря до средней высоты приподнятого тропосферного волновода УКВ (H) [13] (заметим, что Оорт применяет $H = \infty$); $p_E^i - p_W^i$ — разность давлений на восточных и западных склонах i-ой горы; z — высота над уровнем моря; τ_0 — напряжение трения на поверхности.

Уравнение (1) есть интегральное уравнение относительно углового момента M с ядром ρV (в стационарном варианте левая часть (1) равна нулю). Функция меридиональной компоненты v непосредственно зависит от вида функции ρ. Функция же u непосредственно введена в неизвестное интегрального уравнения (1). Одновременно u и v связаны с ρ, т.к. поле плотности формирует обе компоненты вектора скорости. Левая часть уравнения (1) не включает в себя компоненту v, что означает задание априори замкнутого цикла углового момента по меридиану. Тем самым, можно ввести цикл углового момента в виде усложненной ячейки Гадлея умеренных широт, в которой замыкание циркуляции Гадлея по величине углового момента происходит не в атмосфере, а переходит в океан и далее в литосферу, и в южном направлении циркуляция в ячейке Гадлея по угловому моменту происходит через литосферу вплоть до начала цикла подъема воздушных масс в субтропических широтах. Гидросфере в океанах обычно определяется только зональное направления передачи углового момента, поскольку океан не способен согласовать свои частоты с атмосферными частотами в циркуляционном цикле баланса углового по компоненте скорости v , а только возможно согласование частот по компоненте u. В моменты соприкосновения с литосферой циркуляционная ячейка Гадлея по угловому моменту на севере входит в зону действия арктического фронта, а на момент выхода из литосферы входит в зону действия полярного фронта. Сближение указанных атмосферных фронтов могло бы тогда замкнуть атмосферный цикл баланса по угловому моменту (или уменьшить дисбаланс), не вводя в действие океан и литосферу и в одном частотном диапазоне атмосферных колебаний. Естественно, сближение арктического и полярного фронтов происходит через комплекс взаимосвязанных циклонических циркуляций, осуществляя телеконнекцию южных циркуляций с северными через ячейку Ферреля умеренных широт. Тропическая ячейка Гадлея осуществляет телеконнекцию полярного фронта с южным процессом аналогичным механизмом связи тропического и полярного фронтов или тропической ячейкой Гадлея с ячейкой Гадлея умеренных широт. Поскольку индекс рефракции однозначно связан с полем плотности, то он может являться комплексным, измеримым по УКВ показателем хода всего процесса телеконнекции. Тропосферные радиоволноводы УКВ определяют величину H в уравнении (1), хотя верхняя часть циркуляционного кольца ячейки Гадлея не всегда совпадает с уровнем приподнятого тропосферного волновода УКВ. Однако, определение положения уровня верхней части ячейки Гадлея по полю скорости или по критерию основного массопереноса может быть конкретизировано эффективным критерием плотности или, что тоже, коэффициентом рефракции. С точки зрения физики, цикл баланса углового момента в зонах соприкосновения с гидросферой и с литосферой приобретает сингулярность. Эта сингулярность может быть выявлена через возникновения зон фронтальных разделов и в солитонах типа фронта. Тогда ядро уравнения (1) может быть задано в поле плотности функциональным ансамблем комплексного потенциала скорости (см. [13]):

$$w = \overline{v_\infty} z + \frac{1}{2\pi}\sum_{k=1}^{n} q_k \ln\left(z - a_k\right) + \\ + \frac{1}{2\pi}\sum_{k=1}^{p} \frac{M_k e^{\alpha_k i}}{z - c_k} - \frac{i}{2\pi}\sum_{k=1}^{m} \Gamma_k \ln\left(z - b_k\right) \qquad (2)$$

и комплексная скорость соответственно будет:

$$v = \frac{dw}{dz} = \overline{v_\infty} + \frac{1}{2\pi}\sum_{k=1}^{n} \frac{q_k}{z - a_k} - \\ - \frac{1}{2\pi}\sum_{k=1}^{p} \frac{M_k e^{\alpha_k i}}{\left(z - c_k\right)^2} - \frac{i}{2\pi}\sum_{k=1}^{m} \Gamma_k / \left(z - b_k\right), \qquad (3)$$

где w — комплексный потенциал; v_∞ — комплексная скорость общего циркуляционного фона (в основном зональная циркуляция); b_k — координаты вихреисточников в зоне сингулярности; c_k — координаты диполей в зоне сингулярности; a_k — координаты вихревых точек в зонах сингулярности; M_k — величины моментов указанных диполей; α_k — ориентация осей диполей; Γ_k, q_k — величины циркуляций в вихреисточниках и в вихревых точках соответственно. Ядро интегрального уравнения (3) становится сингулярным типа Коши и Гильберта. Связь поля плотности или индекса рефракции с полем комплексного потенциала или с полем комплексной скорости тривиальна посредством уравнений теории «мелкой воды», по модели изложенной, напр., в работе [14]. Стационарная форма уравнения (1) сводится к уравнению вида:

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}\int_0^H\int_0^{2\pi} \rho v M d\lambda dz d\rho = 0\,, \qquad (4)$$

в котором пренебрегается влиянием орографии и трением о водную поверхность. Первое сделано, т.к. в последующих компьютерных экспериментах процесс будет рассматриваться над Тихим океаном и влияние орографии учитываться в самой форме циркуляции. Функцию v берем согласно (3). Методы решения подобных уравнений в принципе хорошо известны. Остановимся на основных идеях решения, не детализируя выкладок. Поскольку ядро через функциональный ансамбль комплексного потенциала скорости содержит особенности вида $1/(\zeta - t)$ и т.д., то удобно воспользоваться связью ядер Гильберта и Коши:

$$\frac{d\zeta}{\zeta - t} = \frac{1}{2}\operatorname{ctg}\frac{\sigma - s}{2} d\zeta + p(s,\sigma)d\sigma\,. \qquad (5)$$

Функция $p(s, \sigma)$ соответствует условию: $\zeta = t(\sigma)$, где $t(s) = x(s) + iy(s)$ и определяет фактор зональности по весам диполей в формуле (3). В стационарном варианте формула (3) является лишь неким автомодельным приближением. Тогда, в общем виде, сингулярное интегральное уравнение можно свести к уравнению:

$$a(s)\varphi(s) + \frac{b(s)}{2\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(s)\operatorname{ctg}\frac{\sigma - s}{2}d\sigma + \int_0^{2\pi}K(s,\sigma)\varphi(\sigma)d\sigma = f(s). \qquad (6)$$

Фронтальный раздел задается по формуле [14]:

$$v_x - iv_y = \frac{\Gamma}{2\pi i} ctg\frac{\pi}{l}(z - z_0)\,, \qquad (7)$$

а ядро $K(s,\sigma)$ вместе с функциями $a(s)$, $b(s)$ и $f(t)$ задают весовые вклады вихре-источников во фронтальном разделе типового фронта при v (3), соответствующей форме циркуляции. В (6), (7) опущена операция конформного преобразования прямолинейного фронта к реальной линии фронта. Но в модельном эксперименте криволинейные участки фронтов допустимо заменить прямыми линиями, не особо искажая сущность процесса. Тем более, что в типовой ситуации важно скорее даже прямолинейное положение фронтального раздела от центральной точки в его середине. Уравнение (6) можно переписать, используя, согласно [13], оператор:

$$M\omega = a(s)\omega(s) - \frac{b(s)}{2\pi}\int_0^{2\pi}\omega(s)\operatorname{ctg}\frac{\sigma - s}{2}d\sigma, \qquad (8)$$

Тогда (8) переходит в уравнение Фредгольма. Операция (8) выполнялась в дальнейшем численно с использованием указанного ранее метода разложения в ряд Лорана и применения теории вычетов. Для уравнений с ядрами Коши, применяемых для описания не вихревых, а чисто дипольных ситуаций (см. соответствующие члены в (3)):

$$a(t)\varphi(s) + \frac{b(t)}{2\pi}\oint_L \frac{\varphi(\zeta)}{\zeta - t}dt + \oint_L K(t,\zeta)\varphi(\zeta)d\zeta = f(t) \qquad (9)$$

применяем интегрирование по контуру с помощью вычетов сразу. Поэтому уравнение (4) можно свести к любому из двух указанных типов, либо решать и то и другое для разных ситуаций. Все зависит от реальной сходимости рядов Лорана и количества необходимых аналитических продолжений. Переход к уравнению Фредгольма для (9) выполняется оператором:

$$M\omega = a(t)\omega(t) - \frac{b(t)}{2\pi}\oint_L \frac{\omega(\zeta)}{\zeta - t}d\zeta\,. \qquad (10)$$

Решение уравнений Фредгольма выполняется по схеме:

$$\phi(x) - \lambda\int_a^b K(x,s)\phi(x)ds = f(x)\,, \qquad (11)$$

$$\phi_1(x) = f(x) + \lambda\int_a^b K(x,s)f(s)ds$$

$$\varphi_2(x) = f(x) + \lambda\int_a^b K(x,s)\varphi_1(x)ds =$$

$$= f(x) + \lambda\int_a^b K(x,s)f(s)ds +$$

$$+\lambda^2\int_a^b K(x,s)dt\int_a^b K(t,s)f(s)ds. \qquad (12)$$

Резольвента, являющаяся решением уравнения Фредгольма, будет:

$$\Gamma(x,s,\beta)=\sum_{m=1}^{\infty}\beta^{m-1}K_m(\lambda,s)\,. \qquad (13)$$

Дальнейшие детали см., напр., [14,25].

3. Сингулярность в полях метеоэлементов и баланс углового момента. Модель Аракавы

Решение полученного сингулярного интегрального уравнения относительно углового момента, заданного уже регулярной функцией, дает возможность как оценки веса сингулярности в поле углового момента, так и в оценке атмосферного вклада в сам баланс углового момента. Разрывы в полях метеоэлементов, сопровождающие явление атмосферного фронта, формируют сингулярные особенности указанных полей в узких зонах фронтальных разделов, которые обычно параметризируются регулярными функциями вихреисточников в вихревых структурах и функциями диполей, отражающих динамику конвективных гряд облачности:

$$\sum_{k=1}^{p}\frac{M_k e^{\alpha_k i}}{\left(z-c_k\right)^2} \qquad\qquad \frac{i}{2\pi}\sum_{k=1}^{m}\Gamma_k\ln\left(z-b_k\right)$$

диполи вихреисточники

Баланс углового момента при близком расположении арктического и полярного фронтов над океанами (что, почти, всегда всесезонно), а над континентами в летнее время и в переходные сезоны, в основном соблюдается посредством центробежной «тяги» влаги вдоль линии фронтального раздела полярного фронта к югу от центра циклонической депрессии. Искомый механизм для атмосферного фронта адекватно описывается моделью [20]. Система уравнений Аракавы может быть использована и для вычисления высоты приподнятого тропосферного волновода УКВ. Отметим, что такой подход для атмосферных волноводов предлагается впервые и также является одним из оригинальных моментов работы. Общий поток массы в отдельном облаке, а также и в системе облаков, по методу Аракавы, выражается формулой:

$$M(z)=\int m\left(z,\lambda\right)d\lambda=\int m_B\left(\lambda\right)\eta\left(z,\lambda\right)d\lambda\,, \qquad (14)$$

где η — функция, характеризующая кумулятивный эффект втекания; сам эффект втекания происходит за время значительно меньшее, чем как — либо заметно обнаружатся изменения в горизонтально-ориентированном процессе; z — высота над уровнем основания облака; m — масса воздуха; m_B — поток массы у оснований облаков, который определяется величиной скорости вовлечения λ. Далее в модели Аракавы записываются мощностные соотношения (вводя функцию механического взаимодействия облачных ансамблей через механизмы вовлечения $K(\lambda, \lambda')$):

$$\frac{dA}{dt}_{up}+\frac{dA}{dt}_{down}=0\,,$$

$$\frac{dA}{dt}_{down}=F(\lambda)\,, \qquad (15)$$

$$\frac{dA}{dt}_{up}=\int_0^{\lambda_{\max}}K(\lambda,\lambda')m_B(\lambda')d\lambda''\,,$$

где первое слагаемое слева — изменение работы восходящих токов в конвективном облаке, второе — соответственно нисходящих в окрестности облака. Из (15) следует:

$$\int_0^{\lambda_{\max}}K(\lambda,\lambda')m_B(\lambda')d\lambda'+F(\lambda)=0\,. \qquad (16)$$

Интегральное уравнение относительно $m_B(\lambda)$ решается при заданных функциях ядра K и F. Для расчета вида ядра K используется уравнения Больцмана:

$$\frac{\partial K}{\partial t}+\xi_i\frac{\partial K}{\partial x_i}+\frac{\partial\xi_i}{\partial t}\frac{\partial K}{\partial\xi_i}=J(t,x,\xi)\,, \qquad (17)$$

где (x,ξ) — 6-тимерное фазовое пространство координат (x_1, x_2, x_3) и скоростей вовлечения (ξ_1, ξ_2, ξ_3); J — интеграл взаимодействия облачных систем. Решение уравнения (17) находится интегрированием уравнения от начального условия в виде распределения Максвелла. Решение уравнения (16) тривиально сводится к решению системы алгебраических уравнений, что определяет m на всем интервале λ. Отметим, что, когда втекание отсутствует, величина λ равняется нулю. Далее:

$$\frac{d\eta}{dz}=\lambda\eta \qquad (18)$$

$$\ln\eta=\int\lambda(z)dz+C;\;\;\eta=Ce^{\int\lambda(z)dz}\,. \qquad (19)$$

При различных λ величина η растет по разному и на уровне z_D (верхняя граница облака) величина λ опять обращается в нуль. То есть λ отнюдь не константа, а полностью определяет величину η по всему интервалу (z_D — z_B), и на некотором уровне z в пределах этого интервала величина η достигает максимума. Это соответствует средней высоте приподнятого радиоволновода [14]. Величины λ и z_D подлежит определению из решения системы:

$$E - D - \frac{\partial M_c}{\partial z} = 0,$$

$$\tilde{E}_s - \tilde{D}_{S_C} \frac{\partial M_c S_c}{\partial z} + \rho Lc = 0, \qquad (20)$$

$$\tilde{E}_q - \tilde{D}_{q_C} \frac{\partial M_c q_c}{\partial z} + \rho c = 0,$$

где E — втекание, D — вытекание, $M_c = \sum \rho w_i \sigma_i = \rho w_c \sigma$ — вертикальный поток массы воздуха в облаке (w_i — средняя по сечению вертикальная скорость в i-ом облаке, σ — площадь горизонтального сечения i-го облака); w_c, $S_c = c_p T$ и q_c — средневзвешенные значения вертикальной скорости, статической энергии и отношения смеси водяного пара; S, q — средние значения статической энергии и отношения смеси водяного пара в окружающем облако воздухе, ρ — плотность воздуха; c — количество сконденсировавшейся влаги.

Критерий углового момента является комплексным, так как замыкает на себя целую серию физических механизмов, причем в долгосрочном плане. Нарушение баланса углового момента требует моментального вмешательства всех сред для устранения разбаланса. При каждой форме циркуляции должен быть свой цикл разбаланса, в котором участвуют ячейки Гадлея, Ферреля и влагооборот, непосредственно связанный с фронтальной деятельностью арктического, полярного и тропического фронтов. По причине разбаланса углового момента возникает динамизм климатических фронтов, являющихся основным механизмом влагооборота. Один из наиболее обоснованных механизмов ликвидации разбаланса, введенный Ортом, сводится к тому, что разбаланс углового момента ликвидируется передачей его через литосферу, скорее всего, через транспирацию влаги в слое подземной гидрологии. Уместно упомянуть предсказание огромных водных массивов в подземной гидрологии, в частности, в районах пустынь [24]. Более корректный механизм отработан в работах [13,14,24,25]. Проблемой, однако, остается совмещение частотных разверток механизмов передачи углового момента через атмосферу и литосферу. Возможно, еще один вклад может быть обусловлен существованием в ядре Земли естественного ядерного геореактора [32]. С другой стороны, аналогично процесс телеконнекции, связанный с Эль-Ниньо через южный процесс, согласно [24,25,27,29], должен частотно совпадать с процессом восстановления баланса углового момента. Причем, восстановление баланса углового момента — это непрерывный процесс, который не может иметь даже мгновенного разрывного перехода из атмосферы в литосферу или гидросферу. Очевидно, что восстановление баланса углового момента требует ощутимой реакции атмосферы, выражающейся в движении основных фронтов относительно друг друга. Процесс телеконнекции тоже тогда прямо связан с движением циркумполярных вихрей, а тем самым и фронтов. Фронты, являющиеся транспортером влаги на большие расстояния, создают суммарный ток вовлечения по всему протяжению фронта. Если процесс идет в хорошо выраженном циклоне, то движение влаги идет вдоль линии фронта из центра циклона к его периферии (в основном, следовательно, с севера на юг) следуя центробежному ускорению. Тем самым, может замыкаться баланс углового момента. Направление с севера на юг противоположно направлению движения влаги в системе влагооборота с юга на север, когда теплые, насыщенные большей концентрацией влаги воздушные массы, охлаждаясь в процессе трансформации при движении к северу, выделяют избыток влаги осадками, совершая в целом влагооборот с юга на север. Однако, это не атмосферный влагооборот, а смесь гидросферного и атмосферного влагооборота. Попав в гидросферу, поля влаги меняют частотный спектр с атмосферного высокочастотного на низкочастотный гидросферный. Формы циркуляции (см. детали в [12,13]): $W_З$, W_{M1}, W_{M2}, $E_З$, E_{M1}, E_{M2}, $C_З$, C_{M1}, C_{M2}, но в основном З, M_1, M_2, суммируют эти процессы. Можно считать тогда, что смена форм циркуляции определяется циклами согласования балансов углового момента через систему фронтального атмосферного влагооборота. Точнее говоря, эта гипотеза, которая вытекает из логики происходящих процессов в системе атмосферного влагооборота и баланса углового момента, связанная однозначно с процессами телеконнекции, Эль-Ниньо и южным процессом. Есть ли процесс замыкания баланса углового момента через подземный влагооборот и тектонические движения (ядерный геореактор?) и в какой мере он согласуется с указанными выше процессами является равнозначной гипотезой, находящейся в настоящее время в стадии отработки. Находясь на стороне первой гипотезы, мы все же оставляем часть энергетической нагрузки и на вторую гипотезу. Следует решать уравнение баланса углового момента (1) относительно M в стационарном и нестационарном вариантах. В первом случае, мы можем замкнуть цикл баланса углового момента только по атмосферным процессам, во втором случае, решение нестационарного уравнения (1) дает возможность рассмотреть частотные развертки всех входящих в него компонент. Тогда при появлении разсогласованности частотных спектров следует отдать определенную долю энергетики в сторону тектонических процессов и подземной гидрологии, в т.ч., и ядерной геофизике. Последнее предположение представляется наиболее красивой гипотезой, которая, по-видимому, в полной мере вряд ли проходит?!

4. Модель низкочастотных атмосферных движений. Спектральный аналог для уравнений динамики атмосферы в низкочастотном диапазоне

До сих пор здесь выполнялись математические операции по аппроксимации типовой позиции в форме циркуляции в стационарном варианте, когда сама форма циркуляции представлена моментным сечением в самый типовой для нее момент времени. Радиоволновод можно считать тоже во многих смыслах стационарным образованием, поскольку его формирование базируется на длительных накоплениях влаги в ее пассивной парообразной фазе. По сути дела, радиоволновод отражает типовую атмосферную ситуацию, но главное все же здесь состоит в том, чтобы и типовая атмосферная ситуация и ее отражатель в виде радиоволновода были ближе к физической основе процесса, т.е. работали бы как таковые по своему динамизму в низкочастотном диапазоне совместно. Здесь имеется ввиду, что низкочастотный диапазон относится к их географическому проявлению в пространстве, а не к частным физическим характеристикам, которые им присущи вследствие их внутренней структуры. Радиоволновод имеет свойство проводить волны УКВ диапазона, но в тоже время его положение в пространстве меняется во времени в сверхнизкочастотном диапазоне, далеко отстоящем от УКВ диапазона. Форма циркуляции меняет свое положение в пространстве, и интенсивность проявления колеблется в периоде до нескольких суток, тогда как внутри нее реализуются процессы, длящиеся несколько минут, например, выпадение осадков. Уравнения гидродинамики относительно хорошо настраиваются на высокочастотные процессы в атмосфере типа эволюции циклонического образования в периоде до двух суток, но совершенно не способны хорошо описывать низкочастотные процессы типа смены форм циркуляции. В то же время уравнения макротурбулентного режима атмосферы низкочастотны по своей основе и имеется достаточно большой опыт их решения на базе спектральных методов, [33,14,42]. Мы отработали метод решения этих уравнений в низкочастотном диапазоне, что позволяет применить его в наших целях для математического моделирования процессов смены форм циркуляции и соответственно для математической параметризации гомологов циркуляции [13,14].

Для решения указанного вопроса привлекают модель прогноза моментов связи, известных нам из системы уравнений Рейнольдса, где вводится понятие среднего и флуктуационного движения, а именно:

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w',$$
$$\Phi = \bar{\Phi} + \Phi', \quad \theta = \bar{\theta} + \theta',$$

где Φ — геопотенциал, θ — потенциальная температура. Тогда уравнения Рейнольдса можно записать в виде:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\bar{u}_k \bar{u}_j + \overline{u'_k u'_j}\right] = -\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x_j} - \delta_{j3}\frac{q\bar{\theta}}{\theta_0}, \quad (21)$$

где $u_1 = u$, $u_2 = v$, $u_3 = w$; $\delta_{ij}=1$, i=j и $\delta_{ij}=0$, i≠j, и, если индекс в одночленном выражении повторяется дважды, то это означает суммирование от 1 до 3. В уравнениях (21) не учтена пока сила Кориолиса, что будет сделано позднее. Добавим уравнение первого начала термодинамики:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\overline{u}_k\overline{\theta}+\overline{u'_k\theta'}\right]=0\,. \qquad (22)$$

Здесь и далее в уравнениях опускаются члены, описывающие воздействие факторов турбулентного обмена и турбулентной теплопроводности, т.к. в процессах планетарного масштаба указанные факторы описываются с отличием от стандартных параметризаций. Обычно напряжения Рейнольдса в турбулентном движении параметризуются следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\overline{u'_k u'_j}\right]=K\Delta\overline{u}_j \text{ и } \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\overline{u}_k\overline{\theta}+\overline{u'_k\theta'}\right]=K\Delta\overline{\theta}\,,$$

где K — коэффициент турбулентности, который существенно отличен по величине для турбулентных горизонтальных вихрей, горизонтально-вертикальных и чисто вертикальных. Параметризация с помощью коэффициента турбулентности с очень большой степенью приближения применяется в моделях приземного слоя, где используется концепция изотропности вихревого движения во всех трех направлениях пространства. Но в планетарных процессах, где турбулентные вихри в горизонтальном направлении по масштабу на несколько порядков отличаются от вертикальных, такое приближение совершенно недопустимо. Поэтому надо применять уравнения для прогноза напряжений Рейнольдса, которые и явятся основой модели замыкания для нелинейных процессов. Вывод этих уравнений проводится по следующему правилу:

$$\frac{\partial\overline{u'_i u'_j}}{\partial t}=\overline{u'_i\frac{\partial u'_j}{\partial t}}+\overline{u'_j\frac{\partial u'_i}{\partial t}}\,.$$

Уравнения движения и первого начала термодинамики для флуктуаций, следуя правилам вывода уравнений Рейнольдса, соответственно будут иметь следующую форму:

$$\frac{\partial u'_j}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\overline{u}_j u'_k+\overline{u}_k u'_j+u'_j u'_k-\overline{u'_j u'_k}\right]=$$
$$=-\frac{\partial\Phi'}{\partial x_j}-\delta_{j3}\frac{q\theta'}{\theta_0},$$
$$\frac{\partial\theta'}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\overline{\theta}u'_k+\overline{u}_k\theta'+u'_k\theta'-\overline{u'_k\theta'}\right]=0. \qquad (23)$$

Тогда система уравнений замыкания может быть выписана в следующем виде:

$$\frac{\partial\overline{u'_i u'_j}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\overline{u}_k\overline{u'_i u'_j}+\overline{u'_k u'_i u'_j}\right]+$$
$$+\frac{\partial\overline{\Phi' u'_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{\Phi' u'_j}}{\partial x_i}=-\overline{u'_i u'_k}\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_k}-$$
$$-\overline{u'_j u'_k}\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_k}-\frac{q}{\theta_0}\left(\delta_{j3}\overline{u'_j\theta'}+\delta_{j3}\overline{u'_i\theta'}\right)+$$
$$+\overline{\Phi'\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u'_j}{\partial x_i}\right)}, \qquad (24)$$

$$\frac{\partial\overline{u'_i\theta'}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\overline{u}_k\overline{u'_i\theta'}+\overline{u'_k u'_i\theta'}\right]+\frac{\partial\overline{\Phi'\theta'}}{\partial x_i}=$$
$$=\overline{\Phi'\frac{\partial\theta'}{\partial x_i}}-\overline{u'_i u'_k}\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial x_k}-\overline{\theta' u'_k}\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_k}-\delta_{i3}\frac{q}{\theta_0}\overline{\theta'^2}, \qquad (25)$$

$$\frac{\partial\overline{\theta'^2}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\overline{u}_k\overline{\theta'^2}+\overline{u'_k\theta'^2}\right]=-2\overline{u'_k\theta'}\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial x_k}\,. \qquad (26)$$

Таким образом, имеются 16 уравнений относительно напряжений Рейнольдса и моментов связи пульсаций проекций скоростей с пульсациями энтропии, так как:

$$dS=c_p d\ln\theta, \qquad (27)$$

где S–энтропия, c_p–удельная теплоемкость изобарического процесса.Тогда $b^2=\overline{u'_k u'_k}$ – кинетическая энергия флуктуаций; $\overline{\theta'^2}$ –мера активности процесса, как непосредственно связанная с дисперсией энтропии S; $\overline{u'_i\theta'}$ — мера связи динамических деформаций с активностью процесса. Отождествление энтропии и активности процесса показано, напр., в [30]. Неизвестные в системе уравнений (24)-(26) можно объединить в 4-тензор:

$$\begin{vmatrix} \overline{u_1'^2} & \overline{u'_1u'_2} & \overline{u'_1u'_3} & \overline{u'_1\theta'} \\ \overline{u'_2u'_1} & \overline{u_2'^2} & \overline{u'_2u'_3} & \overline{u'_2\theta'} \\ \overline{u'_3u'_1} & \overline{u'_3u'_2} & \overline{u_3'^2} & \overline{u'_3\theta'} \\ \overline{\theta'u'_1} & \overline{\theta'u'_3} & \overline{\theta'u'_3} & \overline{\theta'^2} \end{vmatrix}. \qquad (28)$$

Для решения уравнений (3.22)-(3.24) необходимо знать метод расчета величин:

$$\overline{u'_iu'_ju'_k};\ \overline{u'_ku'_j\theta'};\ u'_i\theta'^2;\ \overline{p'\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u'_j}{\partial x_i}\right)};\ \overline{p'\frac{\partial\theta'}{\partial x_i}}\,. \qquad (29)$$

Для этого величины (29) пытаются представить в виде определенных линейных комбинаций компонент тензора (28) и параметра $b^2=\overline{u'_k u'_k}$, который соответствует кинетической энергии флуктуаций и определяется из уравнения для осредненной энергии флуктуаций, являющегося следствием уравнений (24):

$$\frac{\partial b^2}{\partial t}+\frac{\partial u_k b^2}{\partial x_k}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\overline{u_k' u_i' u_j'}+2\overline{u_k' p}\right)=$$
$$=-2\overline{u_k' u_i'}\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_k}-2\frac{q}{\theta_0}\overline{w'\theta'}+\varepsilon. \quad (30)$$

Уравнения (15) учитывают адвекцию, турбулентную диффузию, влияние сил давления, взаимодействие напряжений Рейнольдса и среднего движения, генерацию за счет сил плавучести, диссипацию (см. также [14,23]). Следуя стандартным гипотезам замыкания, можно выписать систему соответствующих уравнений:

$$\overline{u'_i u'_j u'_k}=-b\lambda_1\left(\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k}+\frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_j}+\frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_i}\right),$$

$$\overline{u'_k u'_j \theta'}=-b\lambda_2\left(\frac{\partial \overline{u'_k \theta'}}{\partial x_j}+\frac{\partial \overline{u'_j \theta'}}{\partial x_k}\right),$$

$$\overline{u'_i \theta'^2}=-b\lambda_3\left(\frac{\partial \theta'^2}{\partial x_i}\right),$$

$$\overline{p'\frac{\partial \theta'}{\partial x_i}}=-\frac{b}{3l_1}\overline{u'_i \theta'}-\frac{1}{3}\delta_{i3}\frac{q}{\theta_0}\overline{\theta'^2},$$

$$p'\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u'_j}{\partial x_i}\right)=$$
$$=-\frac{b}{3l_1}\left(\overline{u'_i u'_j}-\frac{1}{3}\delta_{ij}b^2\right)+cb^2\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right). \quad (31)$$

Здесь c, l_1, λ_i — константы, задающие масштабы турбулентных вихрей и меру их влияния на среднее движение, а также анизотропность атмосферной турбулентности. Система уравнений (31) выписана без достаточного обоснования в смысле ее применения для движений разных масштабов. Если для турбулентности в масштабах нескольких метров ее обоснованность можно подтвердить экспериментальным путем, то в крупномасштабных процессах, в движениях планетарного масштаба ее обоснованность подлежит отдельному доказательству. Это можно выполнить, если четко задан спектр пульсаций и спектр среднего движения. Тогда, либо система (31) выполняется с заданной точностью для двух отделенных спектральных интервалов среднего и пульсационного движений соответственно, или проблема замыкания решается иным методом. По точности решения задачи замыкания можно предвидеть возможную предсказуемость глобального атмосферного процесса. Но для этого необходимо, чтобы модельный аналог глобального атмосферного процесса представлял собой энергетически замкнутую систему, как можно близкую к реальному процессу и особенно за пределом спектрального интервала среднего движения.

Запись уравнений гидродинамического прогноза через функцию тока ψ и потенциал φ приводит уравнения динамики атмосферы к аналитическому виду. Обычно их выписывают с разделением вещественной и мнимой части, но возможна и единая запись через комплексный потенциал w. Полная запись уравнений вихря и дивергенции через функцию тока и потенциал имеет вид (см. напр., [33]):

$$\frac{\partial \Delta\psi}{\partial t}+\frac{1}{a^2\sin\theta}\left(\psi_i\Delta\psi+2\omega a^2\cos\theta\right)+$$
$$+\frac{1}{a^2}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\frac{\partial\left(\Delta\varphi+2\omega a^2\cos\theta\right)}{\partial\theta}+$$
$$+\frac{1}{a^2\sin\theta}\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\frac{\partial\Delta\varphi}{\partial\lambda}-W\frac{\partial\Delta\varphi}{\partial\zeta}-$$
$$-a^2\frac{\partial W}{\partial\theta}\frac{\partial v_\lambda}{\partial\zeta}+\frac{a}{\sin\theta}\frac{\partial W}{\partial\lambda}\frac{\partial v_\theta}{\partial\zeta}=$$
$$=\frac{1}{T_{cp}\sin\theta}\left(\Phi,T\right)-\left(\Delta\psi+2\omega a^2\cos\theta\right)\frac{\partial W}{\partial\zeta}, \quad (32)$$

$$\frac{\partial\Delta\varphi}{\partial t}-W\frac{\partial\Delta\varphi}{\partial\zeta}-a\frac{\partial W}{\partial\theta}\frac{\partial v_\theta}{\partial\zeta}+$$
$$+\frac{a}{\sin\theta}\frac{\partial W}{\partial\lambda}\frac{\partial v_\lambda}{\partial\zeta}+\Delta\Phi+$$
$$+2\left[\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta}\right)^2+\left(\frac{\partial v_\lambda}{\partial\theta}\right)^2\right]+\frac{1}{a^2}\left(\Delta\varphi\right)-$$
$$-\frac{a}{2}\Delta\varphi\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta}-\frac{2}{a}\frac{\partial v_\lambda}{\partial\theta}\Delta\psi+ \quad (33)$$
$$+\frac{v_\theta}{a}\frac{\partial\Delta\varphi}{\partial\theta}+\frac{v_\lambda}{a\sin\theta}\frac{\partial\Delta\varphi}{\partial\lambda}+v_\theta^2+$$
$$+v_\lambda^2-2\omega\cos\theta\Delta\psi+2\omega\sin\theta v_\lambda=0,$$

где

$$\Phi=\frac{1}{p}RT_{cp}p';\ p'=p-p(z);\ \zeta=p/\overline{p};$$

$$T'=T-T(z);\ W=\frac{1}{p}g\overline{\rho}(z)v_z,$$

a — радиус Земли; v_θ, v_λ — компоненты скорости в сферической системе координат; ω — угловая скорость вращения Земли; T — температура; g — ускорение силы тяжести. Аналитичность здесь остается в основном в операторах $\Delta\psi$ и $\Delta\varphi$, а в операторах, где учтен фактор бароклинности, явно отменяется. Нелинейные члены полагаются аналитическими, если первый сомножитель можно приравнять аналитическому коэффициенту, полученному по расчетным данным первого приближения. Уравнения (32)-(33) простым суммированием с домножением второго уравнения на i приводятся к одному уравнению относительно комплексного потенциала скорости, которое может дать аналитические решения только, если его коэффициенты аналитические функции и, соответственно, начальные и краевые условия тоже. При решении системы (30)-(31) получаем значения потенциала φ и функции тока ψ, но эти величины не составят в сумме комплексный потенциал скоростей, т.к. не удовлетворяют известным условиям Коши-Римана. Чтобы сохранить аналитичность решения, и, тем самым, остаться в рамках классического анализа функций комплексного переменного, необходимо решать переопределенную систему уравнений. В основном аналитичность решения нарушают члены, связанные с учетом турбулентности, бароклинной неустойчивости, температурной неоднородности подстилающей поверхности и рельефа. Если влияние рельефа и температурной неоднородности задавать посредством методов теории плоского поля, то аналитичность решения будет сохранена. Неаналитичность начальных условий снимается также методом инициализации.

Особая роль принадлежит фактору бароклинной неустойчивости в трехмерных многоуровневых моделях прогноза. Этот фактор трактуется в подсеточном масштабе в виде учета конвекции, привязанной к приземным турбулентным потокам тепла, а также к моделям лучистого переноса. Однако, на каждом шаге по времени приходится вводить, так называемое, «конвективное приспособление». А именно, если расчетный вертикальный градиент температуры превышает сухоадиабатический, то он искусственно приравнивается к некоему стандарту, полагая, что это выполняется в природе конвекцией. Но дело еще и в том, что «конвективное приспособление» приходится вводить и в районах, где конвекция отсутствует. Выход из этого положения ищут в создании все более полных моделей расчета стратификации, которые полностью моделируют динамику облачности и осадков при учете лучистых притоков. Но каждая такая модель конвекции, включенная в схему глобального прогноза, привносит свои ошибки, например, за счет отсутствия точных начальных условий при редкой сети метеорологических станций. Поэтому, так называемый «шоковый эффект» превышения температурного градиента не удается устранить. Фактически, «конвективное приспособление» — это один из основных блоков модели прогноза, который привносит расчетную остаточную турбулентность. Следовательно, на каждом временном шаге вводится искусственная коррекция расчета, устраняющая понятие непрерывности и дифференцируемости, а, тем самым, и сам метод интегрирования дифференциальных уравнений. Векторы v_θ, v_λ могут быть выражены через потенциал и функцию тока в следующей стандартной форме:

$$v_\theta = \frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\lambda} - \frac{1}{a}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta};\ v_\lambda = \frac{1}{a}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} + \frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}$$

или в комплекснозначной форме аналитических функций:

$$V = v_\lambda - iv_\theta = \left(\frac{1}{a}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} + \frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\right) - i\left(\frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\lambda} - \frac{1}{a}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right);$$

$$U = v_\lambda + iv_\theta = \left(\frac{1}{a}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} + \frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\right) + i\left(\frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\lambda} - \frac{1}{a}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right).$$

Тензор рейнольдсовых напряжений определяется тремя векторами: $\vec{p}_x, \vec{p}_y, \vec{p}_z$, которые представимы в форме аналитического представления:

$$\vec{p}_x - i\vec{p}_y = \vec{i}\left(v_{11} - iv_{21}\right) + \vec{j}\left(v_{12} - iv_{22}\right) + \vec{k}\left(v_{13} - iv_{23}\right) \quad (34)$$

$$\vec{p}_x + i\vec{p}_y = \vec{i}\left(v_{11} + iv_{21}\right) + \vec{j}\left(v_{12} + iv_{22}\right) + \vec{k}\left(v_{13} + iv_{23}\right)$$

$$\vec{p}_z = \vec{i}v_{31} + \vec{j}v_{32} + \vec{k}v_{33}.$$

Тогда матрица переходов от ортов (34) к векторам $\vec{i} - i\vec{j}$; $\vec{i} + i\vec{j}$; $\vec{k}$:

$$\begin{vmatrix} v_{11}-iv_{21}-i\left(v_{12}-iv_{22}\right) & v_{11}-iv_{21}+i\left(v_{12}-iv_{22}\right) & v_{13}-iv_{23} \\ v_{11}+iv_{21}-i\left(v_{12}+iv_{22}\right) & v_{11}+iv_{21}+i\left(v_{12}+iv_{22}\right) & v_{13}+iv_{23} \\ v_{31}-iv_{32} & v_{31}+iv_{32} & v_{33} \end{vmatrix}. \tag{35}$$

Тензор (35) представляет собой тензор рейнольдсовых напряжений второго ранга в форме аналитического представления. Уравнения замыкания с учетом силы Кориолиса в аналитической форме можно выписать в виде:

$$\frac{\partial V'^2}{\partial t}=-\frac{i}{a}\Big[\overline{V'^2}L_1\left(\bar V\right)+ +2\bar V\overline{V'L_1\left(V'\right)}+\overline{V'^2L_1\left(V'\right)}\Big]- -\frac{i}{a}\Big[L_2\left(\bar V\right)\overline{V'U'}+\bar V\overline{U'L_2\left(V'\right)}+ +\bar U\overline{V'L_2\left(V'\right)}+\overline{V'U'L_{\,2}\left(V'\right)}\Big]+ +4\omega i\cos\theta\overline{V'^2}+\frac{2i}{a}\overline{V'L_6\left(\Phi'\right)}; \tag{36}$$

$$\frac{\partial U'^2}{\partial t}=-\frac{i}{a}\Big[\overline{V'U'}L_3\left(\bar U\right)+\bar V\overline{U'L_3\left(U'\right)+} +\bar U\overline{V'L_3\left(U'\right)}+V'U'L_3\left(U'\right)\Big]- -\frac{i}{a}\Big[\overline{U'^2}L_4\left(\bar U\right)+2\bar U\overline{U'L_4\left(U'\right)}+\overline{U'^2L_4\left(U'\right)}\Big]- -4\omega i\cos\theta\overline{U'^2}+\frac{2i}{a}\overline{U'L_5\left(\Phi'\right)}; \tag{37}$$

$$\frac{\partial\overline{V'U'}}{\partial t}=-\frac{i}{2a}\Big[\overline{V'^2}L_3\left(\bar U\right)+ +2\bar V\overline{V'L_3\left(U'\right)}+\overline{V'^2L_3\left(U'\right)}\Big]- -\frac{i}{2a}\Big[\overline{V'U'}L_4\left(\bar U\right)+\bar U\overline{V'L_4\left(U'\right)}+ +\bar V\overline{U'L_4\left(U'\right)}+\overline{V'U'L_4\left(U'\right)}\Big]+ +\frac{i}{a}\overline{V'L_6\left(\Phi'\right)}-\frac{i}{2a}\Big[\overline{U'^2}L_2\left(\bar V\right)+2\bar U\overline{U'L_2\left(U'\right)}\Big]- -\frac{i}{2a}\Big[\overline{U'V'}L_1\left(\bar V\right)+\bar U\overline{V'L_1\left(V'\right)}+ +\bar V\overline{U'L_1\left(V'\right)}+\overline{V'U'L_1\left(V'\right)}\Big], \tag{38}$$

где

$$L_j=\frac{\partial(\ldots)}{\partial\theta}-(-1)^j\frac{i}{\sin\theta}\frac{\partial(\ldots)}{\partial\lambda}+b_j\operatorname{ctg}\theta(\ldots);$$

b_j=1, j=1,4; b_j=-1, j=2,3; b_j=0, j=5,6.

Тензор:

$$\begin{vmatrix} \overline{V'^2} & -\overline{U'V'} & \overline{w'V'} \\ -\overline{U'V'} & \overline{U'^2} & -\overline{w'U'} \\ \overline{w'V'} & \overline{w'U'} & \overline{w'^2} \end{vmatrix} \tag{39}$$

идентичен тензору (35). Уравнения замыкания горизонтальной турбулентности (36)-(38) разрешаются как спектральным методом в базисе вектор-тензор сферических функций, так и спектрально-сеточным методом, который для них предпочтительнее. Выпишем уравнение спектрального аналога на примере уравнения (36):

$$\sum_{l=2}^{L_{cp}}\sum_{n=-1}^{l}\frac{\partial\left(\overline{V'^2}\right)_{l,n}}{\partial t}T_{2n}^{l}= =\sum_{k=2}^{L_{\max}}\sum_{S=-k}^{l}\sum_{q=L_{cp}}^{L_{\max}}\sum_{j=-q}^{q}\sum_{p=2}^{L_{\max}}\sum_{r=-p}^{p}\sum_{\nu=|k-q|}^{k+q}\sum_{\mu=|\nu-p|}^{\nu+p}\Bigg\{ae\frac{\sqrt{(p+1)}}{a}\times \times\Big[C_{1,1,2}^{k,q,\nu}C_{2,0,2}^{\nu,p,\mu}\left(V'_{k,s}V'_{q,j}\bar V_{p,r}+2\bar V_{k,s}V'_{q,j}\bar V_{p,r}+V'_{k,s}V'_{q,j}V_{p,r}\right)\Big]\times \times T_{2,s+j+r}^{\mu}+\frac{\sqrt{(p+2)(p-1)}}{a}ae\times \times\Big[C_{2,1,3}^{k,q,\nu}C_{3,-1,2}^{\nu,p}\bar V_{k,s}V'_{q,j}U'_{p,r}+C_{1,-1,0}^{k,q,\nu}C_{0,2,2}^{\nu,p,\mu}\bar V_{k,s}U'_{q,j}V'_{p,r}+ +C_{-1,1,0}^{k,q,\nu}C_{0,2,2}^{\nu,p,\mu}\bar U_{k,s}V'_{q,j}V'_{p,r}+C_{1,-1,0}^{k,q,\nu}C_{0,2,2}^{\nu,p,\mu}V'_{k,s}U'_{q,j}V'_{p,r}\Big]\times \times T_{2,s+j+r}^{\mu}\Bigg\}+ +\sum_{k=L+1}^{L_{\max}}\sum_{S=-k}^{k}\sum_{q=L+1}^{L_{\max}}\sum_{j=-q}^{q}\sum_{\nu=|k-q|}^{k+q}\gamma\Bigg[C_{1,1,2}^{k,q,\nu}V'_{k,s}V'_{q,j}4\omega iT'_{00}T_{2,s+j}^{\nu}- -\frac{2\sqrt{q(q+1)}}{a}C_{1,-1,0}^{k,q,\nu}C_{0,2,2}^{\nu,p,\mu}V'_{k,s}\Phi'_{q,j}T_{2,s+j}^{\nu}\Bigg];$$

$$ae=C_{s,j,s+j}^{k,q,\nu}C_{s+j,r,s+j+r}^{\nu,p,\mu};\quad \gamma=C_{s,j,s+j}^{k,q,\nu}. \tag{40}$$

Приравняв коэффициенты при (вектор-тензор)сферических функциях $T_{2,n}^{1}$, получим систему дифференциальных уравнений относительно мод $\overline{V_{l,n}'^2}$. Здесь:

$$T_{m,n}^{l}=e^{in\varphi\, p_{m,n}^{l}(\cos\theta)},$$

$$T_{m.n}^{l}T_{p,s}^{k}=\sum_{\nu=|k-1|}^{k+1}C_{m,p,m+p}^{l,k,\nu}C_{n,s,n+s}^{l,k,\nu}T_{m+p,n+s}^{\nu}, \tag{41a}$$

$$p_{m,n}^{l}\left(\cos\theta\right)=-i^{\,-m-n}\sqrt{\frac{(1+m)!(1-n)!}{(1+m)!(1+n)!}}\times$$

$$\times\left[\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}\right]^{\frac{m+n}{2}}\times$$

$$\times\sum_{j=\max(m,n)}^{l}\frac{(l+1)!\mathrm{i}^{2j}}{(l-j)!(j-m)!(j-n)!}\left[\frac{1-\cos\theta}{2}\right]^{j},\quad(41б)$$

где $C_{m,p,m+p}^{l,k,\nu}C_{n,s,n+s}^{l,k,\nu}$ — коэффициенты Клебша — Жордана.

Введем разложения:

$$\tilde{V}=-V_{\varphi}-iV_{\theta}=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{n=-l}^{l}V_{l,n}T_{1,n}^{l},$$

$$\tilde{U}=V_{\varphi}-iV_{\theta}=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{n=-l}^{l}U_{l,n}T_{-1,n}^{l},\quad(42)$$

$$W=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{n=-l}^{l}W_{l,n}T_{0,n}^{l},$$

где:

$$V_{l,n}=v_{l,n}+iv_{l,n};\ U_{l,n}=u_{l,n}+iu_{l,n};\ W_{l,n}=w_{l,n}+iw_{l,n};$$

$$T_{1,n}^{l}=e^{in\varphi}p_{1,n}^{l}\left(\cos\theta\right);\ T_{-1,n}^{l}=e^{in\varphi}p_{-1,n}^{l}\left(\cos\theta\right);$$

$$T_{0,n}^{l}=e^{in\varphi}p_{0,n}^{l}\left(\cos\theta\right).$$

В результате уравнения (40) понятны по своей основе, но в модели форм циркуляции нет необходимости в их полной реализации. Главное здесь то, что искомые уравнения описывают процесс уже в интересующем нас низкочастотном диапазоне [1,14,30].

5. Связь с сингулярностью метеополей и соответствующими атмосферными процессами

Согласно уравнению кинетической энергии (38), являющемся спектральным аналогом уравнения (28), транспорт энергии по направлению волнового вектора при наличии преимущественной аксиальности векторов при повышении модуля волнового вектора встретит сопротивление в виде возрастающего веса тензорной плотности. Более того, если на конце спектрального интервала движение почти полностью определяется аксиальными векторами, то следует ожидать адвекции (транспорта, трансформации) кинетической энергии в сторону, противоположную направлению волнового вектора. Поэтому двойное интегрирование тензора третьего ранга приводит к «адвекции детерминированности» в сторону среднего движения и к вырождению турбулентности. Временной интервал транспорта энергии в обратном направлении зависит от усечения модели прогноза. С точки зрения физики, вырождение турбулентности обусловлено тем, что на конце спектрального интервала движение вполне определенное, а именно, это фронты, имеющие четкую структуру, а также конвективные ячейки и орографические ветра. Если бы турбулентность развивалась стохастически, то ее трансформация вдоль волнового вектора не могла бы привести к четким структурам, например, в виде фронтов. Поэтому развитие турбулентности необходимо привязано к указанным структурам, и она соответственно постепенно вырождается. Практически турбулентность может сохраняться в масштабах, меньших, чем для указанных структур, и тогда в этих масштабах вполне применимы формулы замыкания (31). Однако, и после проведения операций по вырождению турбулентности, остаются физически обоснованные четвертые моменты, которые свернулись во вторые и своим весом определят проблему предсказуемости. Далее, операции сверток для замыкания должны привести только к аксиальным векторам или, что то же, к элементам теории плоского поля. Вырождение турбулентного режима должно привести к вырождению сингулярности. Выделяя сингулярности в результативной части, полученной в теории плоского поля, мы практически выполняем операцию замыкания в турбулентном режиме [14].Оставим от уравнения кинетической энергии (38) только два оператора:

$$\frac{\partial\overline{V'U'}}{\partial t}=\frac{i}{a}\overline{V'L_{6}\left(\Phi'\right)},\quad(43)$$

выразив Φ' через φ комплексного потенциала скорости w, а компоненты скорости V' через функции ψ того же потенциала скорости, получаем возможность экономно решить систему уравнений (40) с достаточной для наших целей точностью. В уравнениях (40) спектральные представления пульсационной части заменяются элементами рядов Лорана, а конкретнее, вычетами полюсов. Тогда в физически понятных элементах комплексных полей уравнения (40) легко разрешимы. В разложении Лорана, в спектр пульсационного движение относим полюса выше первого порядка, т.к.:

$$\bar{R} = X - iY = i\rho\Gamma\bar{v}_\infty;\ \mathrm{res}\, f(\infty) = -C_{-1}, \qquad (44)$$

$$f(z) = -\frac{1}{2\pi i}\oint_{G'}\frac{f(\zeta)d\zeta}{\zeta - z} = \frac{C_{-1}}{z-a} + \left[\frac{C_{-2}}{(z-a)^2} + \ldots + \frac{C_{-n}}{(z-a)^n} + \ldots\right].$$

В тоже время возмущения фронтального типа относятся к зоне среднего движения, т.к. включают полюса только первого порядка:

$$V_x - iV_y = \frac{df}{d\zeta} = \frac{\Gamma}{2\pi i}\left\{\frac{1}{\zeta-\zeta_0} + \sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{1}{\zeta-\zeta_0-k_1} + \frac{1}{\zeta-\zeta_0+k_1}\right]\right\} + \frac{d}{d\zeta}\left[\sum_{k=1}^{n}\Gamma_k \ln(\zeta - b_k)\right] + \frac{C_m}{(z-a_m)^m} + \frac{C_{m-1}}{(z-a_{m-1})^{m-1}} + \frac{C_1}{z-a_1}, \qquad (45)$$

а к зоне пульсационного движения отнесем выражение в скобках.

Баланс углового момента определяем по известной теореме Блазиуса-Чаплыгина через силы внешнего давления, возникающие в местах нарушения искомого баланса:

$$L = -\oint_C p\left[x\cos(n,^\wedge y) - y\cos(n,^\wedge x)\right]dz = \oint_C p\left[x\cos\theta + y\sin\theta\right]dS = \oint_C p\left[xdx + ydy\right]. \qquad (46)$$

Учитывая, что угловой момент можно определить как:

$$L = \mathrm{Re}\left[-\rho\overline{v_\infty}\sum_{k=1}^{m}\Gamma_k b_k - i\rho M\overline{v_\infty}\right], \qquad (47)$$

имеем:

$$\mathrm{res}\, v(z_1) + \mathrm{res}\, v(z_2) + \ldots.. + \mathrm{res}\, v(z_p) = -\mathrm{res}\,\bar{v}(\infty).$$

Т.е., в местах нарушения баланса углового момента возникают сингулярности порядка выше первого, что учитывается при решении уравнения (40). Следуя решению, получаем возможность отслеживать связь сингулярностей в балансе углового момента с турбулентным режимом по уравнению (40). Уравнение (45) позволяет определить вес неустановившегося режима движения и рассчитать частотную развертку типового процесса. Уравнение (45) существенно сокращено в правой части, однако, оставлен главный весовой член, который позволяет достаточно корректно прослеживать логическую схему процесса, а с помощью операций

$$\frac{\partial\overline{u_i'u_j'}}{\partial\overline{u_k'u_l'u_n'u_m'}}, \qquad \frac{\partial\overline{u_i'u_j'u_k'}}{\partial\overline{u_r'u_l'u_n'u_m'}}$$

можно осуществлять контроль по замыканию.

6. Заключительные замечания и выводы

Итак, мы изложили теоретические основы новой микросистемной геофизической технологии «GeoMath». В частности, представлены новые теории для описания глобальных механизмов крупномасштабных атмосферных процессов, процессов атмосферной циркуляции. Рассмотрен новый подход к моделированию баланса углового момента Земли (с детальным рассмотрением вклада атмосферы, океана и т.д.), важнейшего эффекта телеконнекции, и, наконец, определения параметров атмосферных радиоволноводов. Ключевыми моментами здесь являются, во-первых, связь тропосферного радиоволновода с атмосферным влагооборотом и соответственно с формой атмосферной циркуляции через положение фронтальных разделов (атмосферных фронтов как основных накопителей влаги). Во-вторых, атмосферный влагооборот связан с таким сугубо низкочастотным процессом как выполнение баланса углового момента. При этом, динамика и характеристики атмосферного радиоволновода связаны с телеконнекцией и, тем самым, с формами циркуляции, точнее говоря, с процессами преемственности этих форм. Естественно, это представляется крайне важным в долгосрочном прогнозе. Изложенные теории впервые определенно и ясно показывают, что динамика тропосферных радиоволноводов, атмосферный влагооборот, выполнение баланса углового момента атмосферы и смена форм циркуляции, их преемственность (а также фронтогенез и телеконнекция) оказываются прямым и обратным образом тесно связанными физическими характеристиками атмосферы. Крайне сложная динамика их взаимодействия в итоге предопределяет эволюцию крупномасштабных атмосферных процессов. Во следующей части работы мы представим конкретные результаты компьютерных экспериментов на основе микросистемной технологии «GeoMath» по моделированию процесса эволюции крупномасштабных атмосферных образований, оценке баланса углового момента для различных форм атмосферной циркуляции, эффекта телеконнекции и параметров радиоволноводов, а также впервые в мировой литературе приведем оценки гидросферного, литосферного и вероятного ядерно-геофизического вкладов в угловой баланс Земли.

Список литературы

1. Русов В. Д., Глушков А. В., Ващенко В. Н. Астрофизическая модель глобального климата Земли. — К.: Наук.Думка, 2005. — 215 с.
2. Rusov V. D., Glushkov A. V., Loboda N. S., Khetselius O.Yu., Khokhlov V. N., Svinarenko A. A., Prepelitsa G. P., On possible genesis of fractal dimensions in the turbulent pulsations of cosmic plasma — galactic-origin rays — turbulent pulsation in planetary atmosphere system// Advances in Space Research (Elsevier). — 2008. — Vol.42,N9. — P.1614–1617.
3. Rusov V. D., Glushkov A. V., Vaschenko V. N., Myhalus O. T., Bondartchuk Yu.A., Smolyar V. P., Linnik E. P., Mavrodiev S. C., Vachev B. I., Galactic cosmic rays — clouds effect and bifurcation model of the earth global climate. Part 1. Theory// Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics (Elsevier). — 2010. — Vol.72. — P.498–508.
4. Rusov V. D., Glushkov A. V., Vaschenko V. N., Zelentsova T. N., Mikhalus O., Khokhlov V. N., Kolos A., Patlashenko Zh., Galactic cosmic rays-cloud effect and bifurcation model of Earth global climat// Укр. Антарктичний журнал. — 2006. — № 4–5. — С.117–138.
5. Peixoto J. P., Oort A. H. Physics of Climate — N. — Y.: AIP, 1992. — 520 p.; Lorenz E. N., Deterministic nonperiodic flow// J. Atmos. Sci.. — 1963. — Vol.20. — P.130–141.
6. Оорт А. Х. Балансовые соотношения в земной климатической системе // Динамика климата: Пер. с англ. / Под ред. С. Манабе. — Л.: Гидрометеоиздат, 1988. — С. 91–113.
7. Rosen R. D. The axial momentum balance of the earth and its fluid envelope // Surv. Geophys. — 1993. — Vol. 14. — P. 1–29.
8. von Storch J. — S. The reddest atmospheric modes and the forcing of the spectra of these modes // J. Atmos. Sci. — 1999. — Vol. 56. — P. 1614–1626.
9. Kang I. — K., Lau K. — M. Principal modes of atmospheric circulation anomalies associated with global angular momentum fluctuations // J. Atmos. Sci. — 1994. — Vol. 51. — P. 1194–1205.
10. von Storch J. — S. Angular momenta of the Antarctic and the Arctic Oscillations // J. Clim. — 2000. — Vol. 13. — P. 681–685.
11. Hou A. Y. Hadley circulation as a modulator of the extratropical climate // J. Atmos. Sci. — 1998. — Vol. 55. — P. 2437–2457.
12. Гирс А. А., Многолетние колебания атмосферной циркуляции и долгосрочные гидрометеорологические прогнозы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1971. — 280 с.
13. Глушков А. В., Амбросов С. В. Обобщенный критерий форм циркуляции атмосферы // Метеорология и гидрология. — 1999. — Вып. 38. — С. 164–168.
14. Амбросов С. Фактор макротурбулентности в типовых формах циркуляции атмосферы и в балансе по влагообороту и угловому моменту // Метеорология и гидрология. — 1999. — Вып. 38. — С. 59–63.
15. Wang C., ENSO, climate variability, and the Walker and Hadley circulations// In: The Hadley Circulation: Present, Past, and Future. — Eds Diaz H. F. and Bradley R. S. — Berlin: Springer. — 2004. — P.131–164.
16. Paluš M., Pelikán E., Eben K., Krejčíř P., Juruš P. Nonlinearity and prediction of air pollution //In: Artificial neural nets and genetic algorithms. — Eds. Kurkova V., Steele N. C., Neruda R., Karny M. — Wien: Springer, 2001. — P. 473–476.
17. Trenberth K. E., Stepaniak D. P., Caron J. M., Interannual variations in the atmospheric heat budget // J. Geophys. Res. — 2002. — Vol.107. — P. 4.1–4.15.
18. Kistler R., Kalnay E., Collins W., Saha S., White G., Woollen J., Chelliah M., Ebisuzaki W., Kanamitsu M., Kousky V., van den Dool H., Jenne R., Fiorino M. The NCEP-NCAR 50-year reanalysis: monthly means CD-ROM and documentation // Bull. Amer. Meteor. Soc. — 2001. — Vol. 82. — P. 247–267.
19. Fyfe J. C., Boer G. J., Flato G. M. Predictable winter climate in the North Atlantic sector during the 1997–1999 ENSO cycle // Geophysical Research Letters. — 1999. — Vol. 26. — No. 21. — P. 1601–1604.
20. Arakava A., Schubert W. H. Interaction of cumulus cloud ensemble with the large-scale environment. Part I. // J. Atmos. Sci. — 1974. — Vol. 31. — P. 674–701.
21. Глушков А. В., Хохлов В. Н., Препелица Г. П., Цененко И. А. Временная изменчивость содержания атмосферного метана: влияние североатлантической осцилляции // Оптика атмосферы и океана. — 2004. — Т. 17. — № 7. — С. 573–575.
22. Glushkov A. V., Loboda N. S., Rusov V. N., Multifractal modeling of nonlinear hydrological systems: annual runoff time series and fractal dimension// Physics of Aerodisp. Systems. — 2002. — N39. — P.297–294.
23. Глушков А. В., Хохлов В. Н., Бунякова Ю. Я., Ренорм-групповой подход к исследованию спектра турбулентности в атмосфере// Метеорология и гидрология. — 2004. — Т.48. — С.286–292.

24. Glushkov A. V., Loboda N. S., Khokhlov V. N., Neural Networks & Multi-Fractal Modelling the Frustrated Aquifer Systems. «Underground» Hydrology and Global Earth Angular Momentum Disbalance Resources // Water resources in Asia Pasific Region. — Kyoto, Japan . — 2003. — P.1355–1358.
25. Глушков А. В., Хохлов В. Н., Атмосферный влаго-тепло-перенос, телеконнекция и баланс энергии, углового момента//Физика Аэродисперсных Систем. — 2002. — № 39. — С.148–157.
26. Русов В. Д., Глушков О. В., Ващенко В. М., Павлович В. Н., Хохлов В. М., Цененко И. А., Патлашенко Ж. І. Про довгострокові зміни фаз антарктичного коливання і їхнього зв'язку зі вмістом озону в південній пікулі // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. — 2004. — № 4. — С. 414–424.
27. Glushkov A. V., Khokhlov V. N., Tsenenko I. A. Atmospheric teleconnection patterns and eddy kinetic energy content: wavelet analysis// Nonlinear Processes in Geophysics. — 2004. — V.11,N3. — P.285–293.
28. Glushkov A. V., Loboda N. S., Khokhlov V. N., Lovett L. Using non-decimated wavelet decomposition to analyse time variations of North Atlantic Oscillation, eddy kinetic energy, and Ukrainian precipitation // Journal of Hydrology. — 2006. — Vol. 322. — No. 1–4. — P. 14–29. Glushkov A. V., Khokhlov V. N., Loboda N. S., On the nonlinear interaction between glo-bal teleconnection patterns// Quart. Journ. of Royal Meteorol.Soc. — 2006. — Vol. 132. — P.447–465
29. Glushkov A. V., Ambrosov S. V., Khokhlov V. N., Borovskaya G. A., Super low-frequency planetary solitons. Entropy approach and hydrodynamical precalculating atmosphere processes in 4-D space// Preprint Odessa Environmental University. — 2001, N3. — 8p.
30. Кивганов А. Ф., Глушков А. В., Хохлов В. Н. Взаимодействие и распад солитонов в теории атмосферных образований // Метеор., кліматом., гідрологія. — 2002. — Вип. 45. — С. 10–16.
31. Rusov V. D., Pavlovich V. N., Vaschenko V. N., et al, Geoantineutrino spectrum and slow nuclear burning on the boundary of the liquid and solid phases of the Earth's core//Journal of Geophys. Research B. — 2007. — Vol.112. — P.09203.
32. Машкович С. А. Спектральные модели общей циркуляции атмосферы и численного прогноза погоды. — Л.: Гидрометеоиздат, 1986. — 284 с.
33. Glushkov A. V., Khokhlov V. N., Atmosphere turnover, teleconnection, Hadley cells, and energy and angle momentum balance// Environment of Siberia, the Far East, and the Arctic. — 2001. — Vol.1. — P.23–26
34. Glushkov A. V., Khokhlov V. N., Bunyakova Yu.Ya., Prepelitsa G. P., Svinarenko A. A., Tsenenko I. A., Sensing the nonlinear interaction between global teleconnection patterns: Micros technology «Geomath»//Microsyst. Techn. — 2006. — Vol.4, N1. — P.64–70.
35. Glushkov A. V., Khokhlov V. N., Bunyakova Y. Y., Svinarenko A. A., Solonko T. V., Sensing the correlation between atmospheric teleconnection patterns and sea ice extent: Micros technology «Geomath»// Microsyst. Techn. — 2006. — Vol.4, N2. — P.16–19.
36. 37.Glushkov A. V., Khokhlov V. N., Svinarenko A. A., Bunyakova Yu.Ya., Prepelitsa G. P., Wavelet analysis and sensing the total ozone content in the earth atmosphere: Micros technology «Geomath»// Microsyst. Techn. — 2005. — N3. — P.43–48.
37. Glushkov A. V., Khokhlov V. N., Bunyakova Yu.Ya., Prepelitsa G. P., Tsenenko I. A., Sensing air pollution field structure in the industrial city's atmosphere: Micros technology «Geomath»//Microsyst. Techn. — 2005. — Vol.3,N4. — P.27–32.
38. Glushkov A. V., Loboda N. S., Khokhlov V. N., Using meteorological data for reconstruction of annual runoff series over an ungauged area: Empirical orthogonal functions approach to Moldova-Southwest Ukraine region//Atmospheric Research (Elsevier). — 2005. — Vol.77. — P.100–113
39. Glushkov A. V., Khokhlov V. N., Loboda N. S., Serbov N. G., Zhurbenko K., Signatures of low-dimensional chaos in hourly water level measurements at coastal site of Mariupol, Ukraine// Stoch Environ Res Risk Assess (Springer). — 2008. — Vol.22,N6. — P.777–788.
40. Glushkov A. V., Khokhlov V. N., Loboda N. S., Bunyakova Yu.Ya., Short-range forecast of atmospheric pollutants using non-linear prediction method// Atmospheric Environment (Elsevier). — 2008. — Vol.42. — P. 7284–7292.
41. Glushkov A. V., Khetselius O.Yu., Bunyakova Yu.Ya., Prepelitsa G. P., Serga E. N., Solyanikova E. P., Nonlinear prediction method in short-range forecast of atmospheric pollutants: low-dimensional chaos// Dynamical Systems — Theory and Applications. — 2011. — P.31–36.