

ФІЗИЧНІ, ХІМІЧНІ ТА ІНШІ ЯВИЩА, НА ОСНОВІ ЯКИХ МОЖУТЬ БУТИ СТВОРЕНІ СЕНСОРИ

PHYSICAL, CHEMICAL AND OTHER PHENOMENA, AS THE BASES OF SENSORS

PACS numbers: 71.15.Mb, 71.20.-b, 73.22.Pr, 73.23.Ad, 84.32.Ff, 85.35.-p
DOI: <https://doi.org/10.18524/1815-7459.2019.4.189020>

ФІЗИКА НАНОТРАНЗИСТОРІВ: ТРАНСПОРТНА МОДЕЛЬ ЛАНДАУЕРА – ДАТТА – ЛУНДСТРОМА ТА БАЛІСТИЧНІ MOSFET

*Ю. О. Кругляк, М. В. Стріха**

Одеський державний екологічний університет,
факультет комп'ютерних наук,
вул. Львівська, 15, Одеса, Україна

тел. (067) 725 2209, E-mail: kruglyak.yual@gmail.com

* Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,
факультет радіофізики, електроніки і комп'ютерних систем,
пр. Глушкова, 4г, Київ, Україна, тел. (044) 526 0532;

Інститут фізики напівпровідників ім. В. Є. Лашкарьова НАН України,
пр. Науки, 41, Київ, Україна, тел. (044) 525 6033,
E-mail: maksym.strikha@gmail.com

ФІЗИКА НАНОТРАНЗИСТОРІВ: ТРАНСПОРТНА МОДЕЛЬ ЛАНДАУЕРА – ДАТТА – ЛУНДСТРОМА ТА БАЛІСТИЧНІ MOSFET

Ю. О. Кругляк, М. В. Стріха

Анотація. У п'ятій із нової серії методично-оглядових статей, орієнтованих на дослідників, студентів, аспірантів та викладачів вищої школи, розглянуто транспортну модель Ландауера – Датта – Лундстрома (ЛДЛ), яку надалі використовуємо для побудови теорії MOSFET при низьких і високих напругах на стоці, в квазірівноважних і в далеких від рівноваги умовах.

Для достаточно длинных каналов проводимости одержаны результаты, которые совпадают с обычными традиционными результатами; проте, використовуючи їх, ми також зможемо достовірно побудувати фізику нанотранзисторів, що працюють у балістичному або квазібалістичному режимах. Використано підхід ЛДЛ для розрахунку вихідних характеристик балістичних MOSFET. Для цієї мети застосовується формула Ландауера з обмеженнями, які накладає електростатика MOS.

Ключові слова: наноелектроніка, польовий транзистор, MOSFET, модель ЛДЛ, метрика транзисторів, управління транзисторами, віртуальний витік

PHYSICS OF NANOTRANSISTORS: LANDAUER – DATTA – LUNDSTROM TRANSPORT MODEL AND BALLISTIC MOSFET

Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha

Abstract. In the fifth one from the line our new tutorial reviews, directed to serve students, university teachers and researchers, the transport model by Landauer – Datta – Lundstrom (LDL) is considered, which is further used to construct the MOSFET theory for low and high voltages in the drain, in quasi-equilibrium and in conditions far from equilibrium. For sufficiently long conduction channels, the results coincide with the usual traditional results, however, we also can reliably build the physics of nanotransistors working in ballistic or quasi-ballistic modes. The LDL approach is used to calculate the output characteristics of ballistic MOSFETs. For this purpose, the Landauer formula with constraints imposed by MOS electrostatics is applied.

Keywords: nanoelectronics, field effect transistor, MOSFET, LDL model, transistor metrics, transistor control, virtual source

ФИЗИКА НАНОТРАНЗИСТОРОВ: ТРАНСПОРТНАЯ МОДЕЛЬ ЛАНДАУЭРА – ДАТТА – ЛУНДСТРОМА И БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ MOSFET

Ю. А. Кругляк, М. В. Стриха

Аннотация. В пятой из новой серии наших методических обзорных статей, ориентированных на студентов, аспирантов, преподавателей высшей школы и исследователей, рассмотрена транспортная модель Ландауера – Датта – Лундстрома (ЛДЛ), которая далее используется для построения теории MOSFET при низких и высоких напряжениях на стоке, в квазиравновесных и в далеких от равновесия условиях. Для достаточно длинных каналов проводимости результаты совпадают с привычными традиционными результатами, однако, мы также сможем достоверно построить физику нанотранзисторов, работающих в баллистическом или квазibalлистическом режимах. Используется подход ЛДЛ для расчета выходных характеристик баллистических MOSFET. Для этой цели применяется формула Ландауэра с ограничениями, которые накладывает электростатика MOS.

Ключевые слова: нанoeлектроника, полевой транзистор, MOSFET, модель ЛДЛ, метрика транзисторов, управление транзисторами, виртуальный источник

1. Вступ

Основним пристроєм сучасної електроніки залишається польовий транзистор метал-діелектрик-напівпровідник з ізольованим затвором MOSFET, а тому розуміння базових принципів його роботи належить до обов'язкових компетенцій кожного сучасного науковця, викладача чи інженера, причетного до цієї сфери. Теорію роботи MOSFET було побудовано ще в 60-ті роки минулого століття (див. напр. [1]). Відтоді вона зазнала суттєвого розвитку; проте в основному підхід до моделювання транзисторів залишився той самий, що й 50 років тому.

У першій з нової серії наших методичних оглядових статей [1] ми дали загальний опис транзистора MOSFET, що є базовим пристроєм сучасної електроніки. Ми розглянули фізичну структуру MOSFET та його вольт-амперні характеристики двох типів – вихідні й передавальні, описали 10 метричних показників MOSFET, достатніх для аналізу якості нанотранзисторів, обговорили принципи керування польовими транзисторами через прикладання напруги на затвор. Було показано, що завжди існує бар'єр на межі між стоком і каналом провідності, який отримав назву віртуального стоку.

Нашу наступну статтю [2] було присвячено викладові класичної теорії MOSFET. Ми обговорили тільки найсуттєвіші ідеї звичного підходу, який також отримав назву «згори – вниз». Зокрема, ми обмежилися моделюванням лінійної області та області насичення вольт-амперних характеристик (ВАХ).

У продовження викладу фізичних принципів моделювання нанотранзисторів, розпочатого в [1, 2], у статті [3] розглянуто фізику процесів у напівпровідниковому каналі MOSFET. Ця фізика визначається вигином зон, що залежить від поверхневого потенціалу ψ_s , який у свою чергу визначається напругою на затворі V_G . Ми одержали достатньо загальну формулу, що пов'язує V_G з ψ_s , також для цілком іншої структури MOS, структури з виключно тонкою кремнієвою підкладкою

(Extremely Thin Silicon-On-Insulator/ETSOI), що характерна для теперішньої тенденції мініатюризації транзисторів. Ми пересвідчилися, що основні особливості структури ETSOI подібні до властивостей масивної структури MOS.

На продовження огляду фізичних принципів моделювання нанотранзисторів [1 – 3] у статті [4] ми розглянули 2D електростатику MOS й зумовлені нею ефекти, а далі сформулювали вже класичну модель віртуального витоку без явного врахування можливості балістичного транспорту. Ми показали, що врахування електростатики погіршує характеристики транспорту електронів у польових транзисторах, збільшуючи підпороговий розкид і викликаючи ефект зниження бар'єру, зумовлений стоком (*DIBL*), який у свою чергу збільшує вихідну провідність і зменшує граничну напругу в короткоканальних транзисторах. Мірою того, як транзистори робляться дедалі мініатюрнішими, основний виклик, який постає перед схемотехніками, полягає в контролі над короткоканальними ефектами. Зазвичай для цього потрібне чисельне моделювання.

У цій статті ми спершу розглянемо узагальнену модель електронного транспорту Ландауера – Датта – Лундстрома (ЛДЛ) стосовно до 2D каналів провідності польових транзисторів MOSFET. З докладнішим викладом цієї моделі у застосуванні до як наноскопічних, так і до мікро- та макроскопічних провідників довільної вимірності 1D, 2D і 3D, що працюють у балістичному, квазібалістичному та дифузійному режимах, можна ознайомитися в [5 – 10].

Струм стоку MOSFET пропорційний добуткові електронного заряду та швидкості електронів. Досі ми обговорювали питання, пов'язані з зарядом. Натомість зараз обговоримо швидкість носіїв струму. Для обчислення середньої швидкості нам потрібна теорія транспортних явищ у напівпровідниках. Традиційно виклад цієї теорії починають з дифузійно-дрейфового рівняння [11]:

$$J_x = n_s q \mu E_x + qD \frac{dn_s}{dx}, \quad (1)$$

де J_x – густина струму 2D електронів у перерізі тонкого шару в одиницях $[A/m]$, n_s – поверхнева концентрація електронів в одиницях $[m^{-2}]$. Це рівняння цілком може бути вихідним для розгляду транспортних явищ у транзисторах із достатньо довгим каналом провідності, однак не надається для такого розгляду в нанотранзисторах.

Для нанотранзисторів ми використаємо концепцію Ландауера [12], розвинуту Датта [5, 9] та Лундстромом [6, 10], згідно з якою струм визначається виразом

$$I = \frac{2q}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} T(E) M(E) (f_1(E) - f_2(E)) dE, \quad [A], \quad (2)$$

де $T(E)$ – коефіцієнт проходження, $M(E)$ – число мод (каналів) провідності, $f_1(E)$ та $f_2(E)$ – фермівські функції контактів 1 і 2.

2. Узагальнена модель електронного транспорту

Схема наноканалу провідності в польовому транзисторі зображена на рис. 1. Вважаємо, що контакти масивні й відбувається сильне непружне електрон-фононне розсіяння, тож електрони в контактах перебувають у термодинамічній рівновазі. В стані рівноваги ймовірність того, що електронний стан з енергією E зайнятий, визначається функцією Фермі

$$f_{1,2}(E) = \frac{1}{1 + e^{(E - E_{F1,2})/kT}}, \quad (3)$$

у якій $E_{F1,2}$ – рівні Фермі для контактів 1 і 2, які в нашому контексті називають також електрохімічними потенціалами контактів 1 та 2 (за визначенням, запровадженим Джоною Гіббсом ще в XIX столітті, це енергія, необхідна для введення в контакт, або виведення з нього, одного електрона без здійснення роботи).

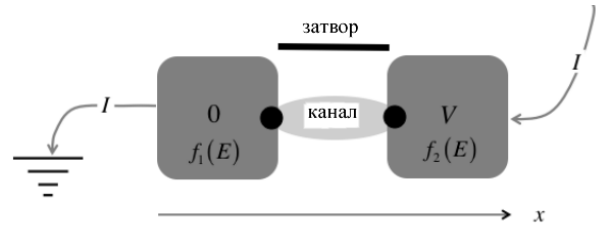


Рис. 1. Наноканал провідності MOSFET з двома масивними контактами, що перебувають у термодинамічній рівновазі. Якщо контакти мають різну температуру, або ж до них прикладено різні потенціали, то $f_1(E) \neq f_2(E)$ і в каналі протікатиме струм.

Якщо температура контактів однакова й на них подано однакову напругу, то відповідно до (2) струму в каналі немає. Таке твердження безпосередньо випливає з фізичного змісту фермівської функції, бо в цій ситуації ймовірності того, що стани з енергією E на контактах 1 і 2 зайняті, однакові.

Тепер розглянемо ситуацію, коли $f_1(E) \neq f_2(E)$ і струм протікає. Згідно з (3), у цьому випадку можливі два сценарії виникнення струму. По-перше, температура обох контактів може бути різною, що спричинить термоелектричні ефекти [5, 6, 8, 9, 13]. По-друге, на контакти може бути подано різну напругу.

Нехай, наприклад, лівий контакт 1 заземлено, а на правий контакт подано напругу V (рис. 1). Якщо прикладено позитивну напругу, то електрохімічний потенціал правого контакту знизиться на величину qV :

$$E_{F2} = E_{F1} - qV. \quad (4)$$

При цьому ми вважаємо, що навіть коли подано напругу, ймовірність того, що стан зайнято, визначається рівноважною функцією Фермі, яка набуває різних значень на контактах. Взагалі кажучи, це може бути й не так, бо за появи струму система виходить зі стану рівноваги. Однак, ми припускаємо, що контакти настільки масивні, що прикладення невеликої напруги викликає тільки незначне відхилення зі стану рівноваги, яким можна знехтувати.

Коли є різниця напруг, поданих на контакти, виникає й різниця $f_1(E) \neq f_2(E)$ між фермівськими функціями в певній області енергій, яку називають вікном Фермі. Концепцію фермівського вікна провідності зображено на рис. 2.

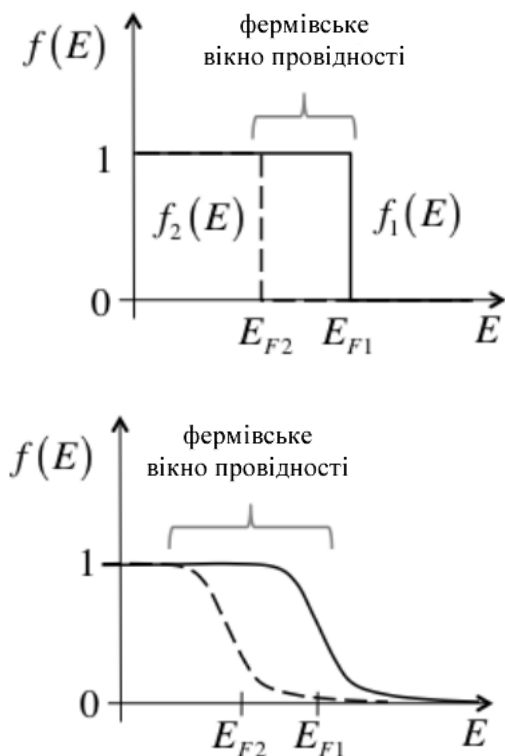


Рис. 2. Концепція фермівського вікна за прикладання відносно великої напруги: ліворуч: $T = 0$; праворуч: $T > 0$ К.

Рисунок ліворуч відповідає $T = 0$, а праворуч $T > 0$ К: $f_1(E) \neq f_2(E)$. У відповідності до виразу Ландауера для струму (2), лише електрони в каналі провідності, енергія яких потрапляє у вікно Фермі, дають вклад у величину струму.

Різниця між електрохімічними потенціалами контактів є причиною появи струму, однак, як видно з формули Ландауера (2), струм при енергії E пропорційний добутку $T(E)M(E)$. Величина $M(E)$ – це число мод (каналів) провідності при енергії E . Число мод провідності має просту аналогію: число смуг автомобільного шосе. Чим більше мод, тим сильніший струм; але проводять струм

тільки ті моди, енергія яких потрапляє у вікно провідності Фермі.

Як докладно показано в [5 – 10], число мод залежить від густини станів при енергії E і від швидкості електронів з такою енергією (це легко зрозуміти й на інтуїтивному рівні, за наведеною вище аналогією з автомобільним рухом).

Величина $T(E)$ має назву коефіцієнта проходження. Він дорівнює ймовірності того, що електрон, вийшовши з контакту 1, пройде весь канал провідності без розсіяння назад і прийде у контакт 2. Коефіцієнт проходження відмінний від одиниці за наявності розсіяння назад. Якщо електрон вийшов з контакту 1 і розсіявся назад, він може повернутися в контакт 1. Ймовірність розсіяння назад залежить від довжини каналу провідності L і від середньої відстані між двома сусідніми актами розсіяння назад λ , так звану середньою довжиною вільного пробігу між розсіяннями назад (mean-free-path/mfp for backscattering). Коли $L \ll \lambda$, то $T \rightarrow 1$, а при $L \gg \lambda$ маємо $T \rightarrow 0$. У формулі (2) зроблено припущення, що ймовірність проходження електрона від контакту 1 до контакту 2 дорівнює ймовірності проходження електрона від контакту 2 до контакту 1. Можна показати, що це має місце при пружному розсіянні електронів, тобто тоді, коли електрони, рухаючись, займають різні паралельні моди. В концепції Ландауера закладено припущення, що в каналі провідності відбувається пружне розсіяння електронів, а в контактах – сильне непружне розсіяння.

Формула Ландауера (2) придатна для опису транспорту електронів від балістичного випадку без розсіяння з $T = 1$ й до дифузійного випадку з інтенсивним розсіянням з $T \ll 1$. Повний струм одержуємо як наслідок підсумовування вкладів від усіх мод, які ми вважаємо незалежними, бо непружні зіткнення, які ведуть до взаємодії мод, ми виключаємо.

Великі й малі напруги

Різниця електрохімічних потенціалів $f_1(E) - f_2(E) = qV$ відіграє важливу роль у виразі Ландауера для струму (2). Ситуації,

коли ця різниця велика чи мала, відмінні. Коли велику напругу прикладено до контакту 2, тоді для всіх енергій $f_1(E) \gg f_2(E)$ і (2) спрощується до

$$I = \frac{2q}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} T(E)M(E)f_1(E)dE. \quad (5)$$

Ми будемо використовувати цей вираз для області насичення MOSFET.

Коли до контакту 2 прикладено невелику напругу, формула (2) так само спрощується (рис. 3).

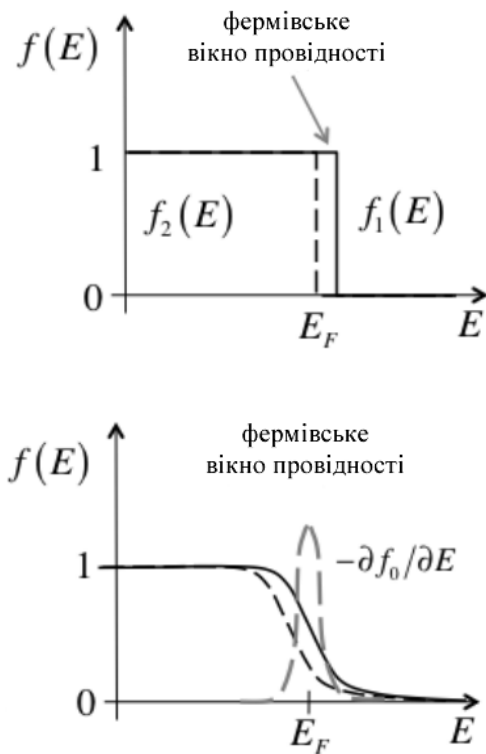


Рис. 3. концентрація фермівського вікна при прикладенні невеликої напруги: ліворуч: $T = 0$; праворуч: $T > 0$ К.

При $T = 0$ фермівське вікно виглядає як δ -функція при енергії $E = E_F$ (рис. 3, ліворуч). При $T > 0$ фермівське вікно $f_1(E) - f_2(E)$ нагадує гострий пік, центрований при $E = E_F$ (рис.3, праворуч). При малих напругах, що відповідають квазірівноважним станам, можна використати розклад $f_2(E)$ у ряд Тейлора

$$f_2(E) \approx f_1(E) + \frac{\partial f_1}{\partial E_F} \delta E_F, \quad (6)$$

звідки для малої різниці між електрохімічни-

ми потенціалами контактів

$$f_1(E) - f_2(E) = -\left(\frac{\partial f_1}{\partial E_F}\right) \delta E_F = -\left(-\frac{\partial f_1}{\partial E}\right) \delta E_F, \quad (7)$$

де ми використали властивість функції Фермі

$$\partial f / \partial E_F = -\partial f / \partial E. \quad (8)$$

Оскільки $\delta E_F = -qV$, то

$$f_1(E) - f_2(E) = q \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) V, \quad (9)$$

де ми використали те, що поблизу рівноваги $f_1(E) \approx f_2(E) \approx f_0(E)$. Отже, поблизу рівноваги після підстановки (9) до (2) одержуємо, що

$$I = GV, \quad [A]$$

$$G = \frac{2q^2}{h} \int T(E)M(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) dE. \quad [C_M]^{(10)}$$

Часто саме цей останній вираз для провідності називають формулою Ландауера. Ми використаємо цю формулу для обчислення струму в лінійній області вихідних характеристик MOSFET.

Нарешті, за визначенням, фермівське вікно провідності описується кривою

$$W(E) \equiv \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right), \quad (11)$$

площа під якою дорівнює одиниці:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(E) dE = 1, \quad (12)$$

що випливає з

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(E) dE = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) dE = -\int_{-\infty}^{+\infty} df_0 = f_0(-\infty) - f_0(+\infty) = 1,$$

де остання рівність є наслідком властивостей функції Фермі (3). Коли температура прямує до нуля, фермівське вікно $W(E)$ прямує до δ -функції при $E = E_F$. Оскільки електронний газ у металах завжди сильно вироджений, і $E_F \gg kT$, то за будь-яких реальних температур можемо використовувати граничний випадок $T = 0$ і вважати, що $W(E) \approx \delta(E - E_F)$.

Коефіцієнт проходження

Розглянемо ситуацію, коли стаціонарний потік електронів $F^+|_{x=0}$ інжектується ліворуч в однорідний провідник за відсутності електричного поля, а праворуч виходить потік $F^+|_{x=L}$ (рис. 4). Інкєкції праворуч не відбувається.

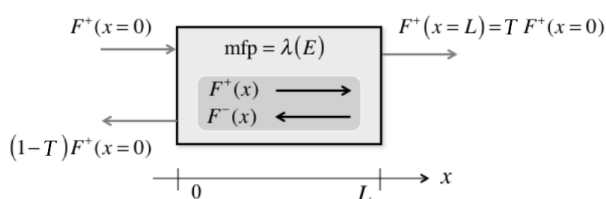


Рис. 4. Інкєкція в провідник потоку електронів $F^+|_{x=0}$ ліворуч, частина яких $T F^+|_{x=0} = F^+|_{x=L}$ виходить з провідника праворуч. Вважаємо, що інжекції в провідник праворуч не відбувається, а так само відсутні процеси генерації та рекомбінації електронів усередині провідника.

Коефіцієнт проходження T визначається як відношення числа електронів, які вийшли з провідника праворуч, до числа тих, які було інжектовано ліворуч:

$$T = \frac{F^+|_{x=L}}{F^+|_{x=0}} \quad (0 \leq T \leq 1) \quad (13)$$

Частина електронів, інжектованих у провідник, проходить крізь нього, а частина електронів зазнає розсіяння назад і залишає провідник ліворуч:

$$F^+|_{x=0} = F^+|_{x=L} + F^-|_{x=0},$$

тому

$$F^-|_{x=0} = (1 - T)F^+|_{x=0}.$$

Ситуація, зображена на рис. 4, може ілюструвати дифузію електронів крізь базу біполярного транзистора: потік електронів інжектується емітером у базу при $x = 0$ і виходить при $x = L$ в колектор. Якщо напруга на колекторі достатньо велика, то колектор працює як контакт-поглинач: він поглинає всі електрони й жоден електрон не повертається на базу.

Розглянемо спершу випадок з тонкою базою, $L \ll \lambda$. Практично всі інжектовані електрони залишають базу, так що $F^+(L) = F^+(0)$ і $F^-(0) = 0$. Це балістичний граничний випадок і коефіцієнт проходження

док і коефіцієнт проходження

$$T_{ball} = 1. \quad (14)$$

В дифузійному граничному випадку $L \gg \lambda$. Канал провідності набагато довший від середньої довжини вільного пробігу, й коефіцієнт проходження невеликий. Така ситуація типова для мікроелектроніки.

Для обчислення коефіцієнту проходження в дифузійному граничному випадку нехай концентрація електронів в точці інжекції $x = 0 \in n|_{x=0}$. Якщо канал провідності достатньо довгий, то $n|_{x=L} \approx 0$. Сумарний потік електронів визначається законом дифузії Фіка:

$$F = -D \frac{dn}{dx} = D \frac{n|_{x=0}}{L} = F^+|_{x=L}. \quad (15)$$

В дифузійному випадку

$$F^+|_{x=0} = \frac{n|_{x=0}}{2} v_T, \quad (16)$$

де двійка зумовлена тим, що в дифузійному випадку приблизно половина електронів при вході в канал провідності має додатну швидкість, а друга половина – від'ємну, зумовлену розсіянням назад. Швидкість v_T – це середня теплова швидкість електронів. У випадку чинності статистики Максвелла – Больцмана це однонаправлена теплова швидкість

$$v_T = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}}. \quad (17)$$

З (13), (15) та (16) знаходимо

$$T = \frac{F^+|_{x=L}}{F^+|_{x=0}} = \frac{F}{F^+|_{x=0}} = \frac{D n|_{x=0} / L}{v_T n|_{x=0} / 2} = \frac{2D}{v_T L}, \quad (18)$$

де коефіцієнт дифузії відомим чином пов'язаний з тепловою швидкістю та середньою довжиною вільного пробігу [6, 8]

$$D = \frac{v_T \lambda}{2}, \quad [cm^2/c], \quad (19)$$

тож остаточно в дифузійному випадку

$$T_{diff} = \frac{\lambda}{L}. \quad (20)$$

Як і слід було очікувати, коефіцієнт проходження в дифузійному випадку невеликий, бо $L \gg \lambda$.

Отже, ми записали вирази для коефіцієнту проходження в двох режимах – балістичному та дифузійному. Сучасні нанотранзистори найчастіше працюють у проміжному квазібалістичному режимі. В загальному випадку

$$T = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + L}, \quad (21)$$

$$T(E) = \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L}.$$

Перший вираз записано в припущенні, що середня довжина вільного пробігу не залежить від енергії, в результаті чого коефіцієнт проходження однаковий для всіх мод провідності. В другому виразі коефіцієнт проходження залежить від енергії мод провідності й охоплює як обидва граничні режими – як балістичний ($L \ll \lambda$, $T \rightarrow 1$) та дифузійний ($L \gg \lambda$, $T \ll 1$), так і проміжний квазібалістичний режим ($L \approx \lambda$, $T < 1$). Цей загальний вираз для коефіцієнта проходження впливає з кінетичного рівняння Больцмана [6 – 9].

Важливо відзначити, що величина λ у (21) – це середня довжина вільного пробігу щодо розсіяння назад (mean-free-path for backscattering). Її фізичний зміст пов'язаний з імовірністю (на одиницю довжини) того, що потік електронів розсіюється назад. Натомість середня довжина вільного пробігу – це просто середня відстань між двома сусідніми в часі випадками розсіяння

$$\Lambda(E) \equiv v(E)\tau(E). \quad (22)$$

Для $2D$ каналу провідності [6 – 9]

$$\lambda(E) \equiv \frac{\pi}{2} v(E)\tau_m(E), \quad (23)$$

де $\tau_m(E)$ – час релаксації імпульсу, який завжди більший, аніж середній час між двома послідовними актами розсіяння $\tau(E)$, тому $\lambda > \Lambda$: середня довжина вільного пробігу щодо розсіяння назад завжди більша від середньої довжини вільного пробігу.

Однонаправлена тепла швидкість (17) відіграє важливу роль у транспортних задачах. У стані рівноваги середня швидкість електронів дорівнює нулю, бо середня швидкість електронів, які рухаються в напрямі $+x$, дорівнює за модулем середній швидкості електронів,

які рухаються в напрямі $-x$. Обчислимо цю однонаправлену швидкість для $2D$ напівпровідника з параболічною зонною структурою.

Спочатку розглянемо усереднення за кутами (рис. 5).

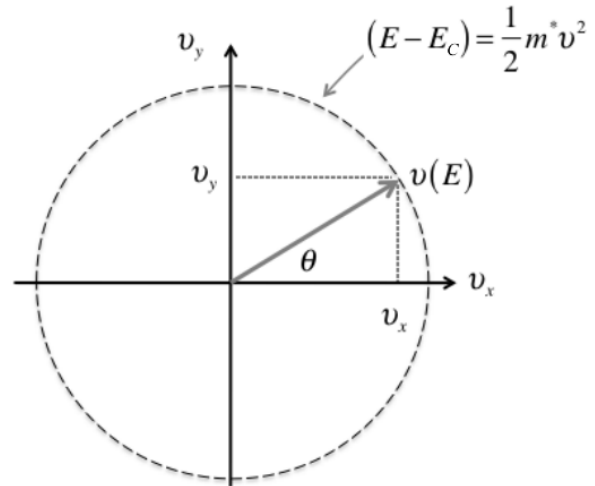


Рис. 5. Вектор швидкості $v(E)$ при енергії E в площині xu . Для ізотропної параболічної зонної структури величина вектора швидкості визначається його енергією і не залежить від напрямку.

Швидкість вздовж осі x є $v(E)\cos\theta$. В $2D$ провіднику $E = E_C + \hbar^2(k_x^2 + k_y^2)/2m^*$, де E_C – енергія мінімуму зони провідності, m^* – ефективна маса електронів у цій зоні, і швидкість $v(E)$ не залежить від кута. Середня швидкість у напрямку $+x$ записується як

$$\langle v_x^+(E) \rangle = \frac{\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} v(E)\cos\theta d\theta}{\pi} = \frac{2}{\pi} v(E), \quad (24)$$

де кутові дужки позначають усереднення за кутом у площині xu при енергії E .

Нас цікавитиме швидкість $\langle \langle v_x^+(E) \rangle \rangle$, де подвійні кутові дужки означають усереднення як за кутами, так і за енергіями:

$$\langle \langle v_x^+(E) \rangle \rangle = \frac{\int_{E_C}^{\infty} \langle v_x^+(E) \rangle D_{2D}(E) f_0(E) dE}{\int_{E_C}^{\infty} D_{2D}(E) f_0(E) dE} = \frac{2}{\pi} \frac{\int_{E_C}^{\infty} v(E) D_{2D}(E) f_0(E) dE}{\int_{E_C}^{\infty} D_{2D}(E) f_0(E) dE}.$$

Для параболічних зон швидкість і густина станів дорівнюють [5 – 9]

$$v(E) = \sqrt{\frac{2(E - E_C)}{m^*}}, \quad D_{2D}(E) = g_v \frac{m^*}{\pi \hbar^2},$$

де g_v – долинне виродження зони провідності ($g_v = 6$ для кремнію, $g_v = 4$ для германію і $g_v = 1$ для прямоцілих напівпровідників типу InSb і GaAs), і тому

$$\langle\langle v_x^+(E) \rangle\rangle = \frac{g_v \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \frac{2}{\pi} \int_{E_c}^{\infty} \sqrt{\frac{2(E-E_c)}{m^*}} \frac{dE}{1+e^{(E-E_F)/kT}}}{g_v \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \int_{E_c}^{\infty} \frac{dE}{1+e^{(E-E_F)/kT}}}, \quad (25)$$

а після заміни змінної інтегрування та запровадження параметру

$$\eta \equiv \frac{E-E_c}{kT}, \quad \eta_F \equiv \frac{E_F-E_c}{kT} \quad (26)$$

одержимо

$$\langle\langle v_x^+(E) \rangle\rangle = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{2 \int_0^{\infty} \frac{\eta^{1/2} d\eta}{1+e^{(\eta-\eta_F)}}}{\int_0^{\infty} \frac{d\eta}{1+e^{(\eta-\eta_F)}}}.$$

В чисельнику маємо інтеграл Фермі – Дірака порядку $1/2$, а в знаменнику – порядку 0 [8, 14]:

$$\langle\langle v_x^+(E) \rangle\rangle = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_F)}{\mathfrak{F}_0(\eta_F)}. \quad (27)$$

Нижче від порогу вважаємо, що справедлива статистика Максвелла – Больцмана, тож інтеграли Фермі – Дірака прямують до $\exp(\eta_F)$ [8, 14], і в результаті одержуємо вже наведений вище вираз (17).

Моди провідності

Розподіл мод $M(E)$ дає число каналів провідності при енергії E , крізь які може йти струм. Виведення й докладне обговорення цього поняття для 1D, 2D і 3D провідників можна знайти в [5 – 9]. Далі йтиметься тільки про 2D провідники, бо нас насамперед цікавлять канали провідності в нанотранзисторах.

Як зазначалося вище, навіть інтуїтивно можна очікувати, що число мод провідності повинне бути пов'язане з густиною станів і зі швидкістю електронів. Насправді (див. [5 – 10]) маємо:

$$M(E) \propto \langle\langle v_x^+(E) \rangle\rangle D(E) / 4, \quad (28)$$

де $D(E)dE$ – число станів з енергіями в проміжку між E і $E+dE$. Множник у (28) уже містить у собі двійку спінового виродження;

нам потрібна густина станів у перерахунку на спин $D(E)/2$, бо спінове виродження вже враховане як множник 2 у формулі (2). Ще один множник 2 виникає тому, що тільки для половини станів $D(E)/2$ швидкості електронів направлено в той же бік, що й струм. Аналіз вимірності (28) показує, що коефіцієнт пропорційності повинен мати вимірність сталої Планка – дії [Дж·с], тож остаточно [5 – 10]

$$M(E) = \frac{h}{4} \langle\langle v_x^+(E) \rangle\rangle D(E). \quad (29)$$

У застосуванні до плоских MOSFET, у яких електрони рухаються крізь 2D канали, вираз

$$M_{2D}(E) = \frac{h}{4} \langle\langle v_x^+(E) \rangle\rangle D_{2D}(E) \quad [M^{-1}] \quad (30)$$

дає число мод при енергії E на одиницю ширини каналу провідності.

Для параболічних зон 2D густина станів дається виразом [5 – 11]

$$D_{2D}(E) = g_v \left(\frac{m^*}{\pi \hbar^2} \right), \quad [Дж^{-1} м^{-2}]. \quad (31)$$

У випадку MOSFET ці 2D стани лежать у зоні провідності або в валентній зоні при енергії відповідно вище від $E_c + \varepsilon_1$ або нижче від $E_v - \varepsilon_1$, де ε_1 це так звана енергія локалізації (confinement energy), або ж енергія першого квантового рівня, зумовленого квантуванням руху по осі z (див. рис. 14 з роботи [3]). Аналогічним чином, якщо необхідно (коли електронів чи дірок багато, і заселена не лише найнижча, а й вищі підзони), можемо враховувати вищі енергетичні рівні, зумовлені цим квантуванням.

Відповідно до (30), розподіл мод у 2D каналі провідності з урахуванням (24)

$$M_{2D}(E) = g_v \frac{\sqrt{2m^*[E-(E_c+\varepsilon_1)]}}{\pi \hbar}, \quad (32)$$

що графічно зображено на рис. 6. Аналогічно можна одержати розподіл мод у каналах 1D і 3D з параболічною зонною структурою або, наприклад, у графені з лінійною зонною

структурою, використовуючи відповідні вирази для густини станів та швидкості [5–9].

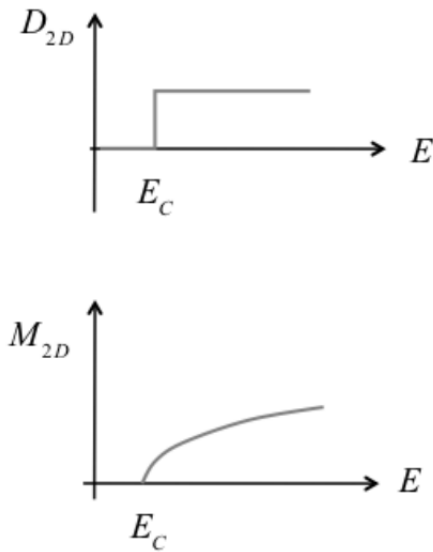


Рис. 6. Розподіл густини станів і числа мод провідності для 2D каналу провідності з параболічною зонною структурою.

Для розуміння фізики транзисторів зі структурою MOS потрібно з'ясувати, яким чином напруга на затворі контролює число електронів у каналі провідності й сам результуючий струм. Щоб пов'язати концентрацію електронів з електрохімічним потенціалом, скористаємося густиною станів, а щоб пов'язати струм з електрохімічним потенціалом, використаємо розподіл мод згідно з (2). Такий підхід аналогічний використанню двох різних «ефективних мас» у традиційній теорії напівпровідників – ефективної маси густини станів (density-of-states effective mass) та ефективної маси провідності (conductivity effective mass).

Квант провідності

Розглянемо провідність 2D каналу при $T = 0K$. Використаємо вираз (10) і те, що при нульовій температурі фермівське вікно $(-\partial f_0 / \partial E)$ поводить себе як δ -функція при $E = E_F$. Тоді провідність дорівнює

$$G|_{T=0} = \frac{2q^2}{h} T(E_F) M(E_F). \quad (33)$$

Якщо припустити, що транспорт балістичний і $T(E_F) = 1$, що нескладно зараз продемонструвати експериментально з нанопровідниками при низьких температурах, тоді

$$G|_{T=0} = \frac{2q^2}{h} M(E_F) = \frac{M(E_F)}{12.9 \kappa\Omega}. \quad (34)$$

У коротких провідниках число мод невелике і цілком піддається експериментальному визначенню. Отже, провідність квантується в одиницях $2q^2/h$, що дорівнює $1/12.9 \kappa\Omega^{-1}$.

Квантування провідності – надійно встановлений дослідний факт. Рисунок 7 демонструє експериментальний факт квантування провідності електронного газу у 2D квантовій ямі AlAs/Al_xGa_{1-x}As, де ширину каналу провідності W можна регулювати, змінюючи напругу на затворі V_g .

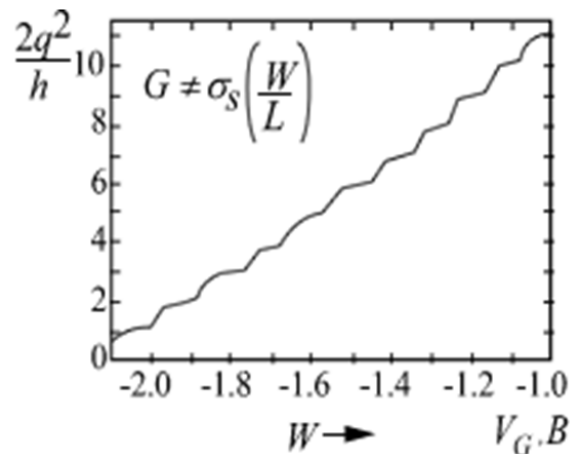


Рис. 7. Квантування провідності електронного газу в інтерфейсі AlAs/Al_xGa_{1-x}As [15, 16].

У цьому експерименті ширину каналу провідності W змінювали електростатично прикладанням напруги до затвору: при від'ємних напругах, більших від 2 В, канал для електронів виявлявся цілком «перекритим», а при зменшенні цієї від'ємної напруги з'являвся щоразу ширший проміжок, крізь який електрони могли проходити. Внаслідок зміни W змінювалося число мод провідності, що тягнуло за собою стрибкоподібні зміни провідності в цілковитій відповідності до (34). Цей експеримент наприкінці 1980-х проводили при низькій субгелійовій температурі з тим, щоб домогтися балістичного транспорту

електронів. Однак, сучасні нанотранзистори мають настільки короткий канал провідності, що ефекти квантування провідності виявляються вже при кімнатній температурі.

Балістичний транспорт з $T(E_F) = 1$, і квазібалістичний транспорт із $T(E_F) \sim < 1$, не є чимось незвичайним у сучасних нанотранзисторах. Але в більшості використовуваних нині пристроїв наноелектроніки нанотранзистори ще достатньо великі й дискретна природа їх мод провідності не виявляється. Розподіл мод провідності розглядають як неперервний, пропорційний до ширини каналу провідності W . Ми надалі вважатимемо, що

$$M(E) = W \cdot M_{2D}(E), \quad (35)$$

де $M_{2D}(E)$ визначається виразом (32).

Концентрація електронів

Згідно з традиційною теорією напівпровідників, концентрація електронів у зоні провідності визначається інтегралом від добутку густини станів при енергії E на ймовірність того, що стани з енергією E заповнені [11]:

$$n_S = \int_{E_C}^{\infty} D_{2D}(E) f_0(E) dE. \quad [M^{-2}] \quad (36)$$

Для густини станів скористаємося виразом (31), тоді

$$n_S = \int_{E_C}^{\infty} \left(g_v \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \right) \frac{dE}{1 + e^{(E-E_F)/kT}} = \left(g_v \frac{m^* kT}{\pi \hbar^2} \right) \int_0^{\infty} \frac{d\eta}{1 + e^{\eta - \eta_F}}, \quad (37)$$

де η та η_F визначені в (26). Взявши інтеграл, одержуємо

$$n_S = \left(g_v \frac{m^* kT}{\pi \hbar^2} \right) \ln(1 + e^{\eta_F}) = N_{2D} \ln(1 + e^{\eta_F}) = N_{2D} \mathfrak{Z}_0(\eta_F), \quad (38)$$

де N_{2D} – 2D ефективна густина станів.

Тепер обчислимо концентрацію електронів у каналі на рис. 1. Стани в цьому каналі зайняті електронами, які надходять з контакту 1 з електрохімічним потенціалом E_{F1} і з контакту 2 з електрохімічним потенціалом E_{F2} . Ймовірність того, що стан з енергією E зайнятий електронами, що надійшли з контакту

1, є $f_1(E_{F1})$, а тими, що надійшли з контакту 2, – $f_2(E_{F2})$. Тепер (36) можна переписати так:

$$n_S = \int_{E_C}^{\infty} \left(\frac{D_{2D}(E)}{2} f_1(E) + \frac{D_{2D}(E)}{2} f_2(E) \right) dE, \quad (39)$$

у припущенні, що контакти ідентичні. Використавши (38), одержимо

$$n_S = \frac{N_{2D}}{2} \mathfrak{Z}_0(\eta_F) + \frac{N_{2D}}{2} \mathfrak{Z}_0(\eta_F - qV/kT), \quad (40)$$

де $\eta_F = (E_{F1} - E_C)/kT$. Бачимо, що одержана нерівноважна концентрація електронів пов'язана з густиною станів аналогічно до того, як це має місце для рівноважного випадку. Слід тільки пам'ятати, що за наявності струму є два різні фермівські рівні і дві різні групи станів у каналі провідності, одна з яких пов'язана з контактом 1, а друга – з контактом 2.

Обидва розглянуті поняття – мод провідності $M(E)$ та густини станів $D(E)$ – необхідні для моделювання MOSFET.

Підхід Ландауера – Датта – Лундстрома до транспорту електронів у нанорозмірних каналах провідності придатний для всіх режимів транспорту: від балістичного до дифузійного, і для всіх проміжних квазібалістичних режимів. Як приклад використаємо цей підхід для 2D провідника при низькій прикладеній до нього напрузі. Якщо довжина й ширина провідника достатньо великі, то ми маємо стандартний вираз для провідності

$$G = \sigma_S \frac{W}{L} = n_S q \mu \frac{W}{L}, \quad (41)$$

де σ_S – питома поверхнева провідність, μ – рухливість носіїв заряду. Цей вираз передбачає, що довжина каналу провідності суттєво перевищує середню довжину вільного пробігу, $L \gg \lambda$, тобто реалізується дифузійний режим. Побачимо, які результати дає підхід ЛДЛ.

Почнімо з рівняння (10) для режиму дифузійного транспорту з $T = \lambda/L$ та $M(E)$ за формулою (35). Для провідності маємо

$$G = \frac{2q^2}{h} \int_{E_c}^{\infty} \left(\frac{\lambda(E)}{L} \right) \left(\frac{g_v W \sqrt{2m^*(E-E_c)}}{\pi \hbar} \right) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (42)$$

Використаємо властивість функції Фермі (8) й винесемо похідну з-під знаку інтегралу:

$$G = \left[\frac{2q^2}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^*}}{\pi \hbar} \right) \frac{\partial}{\partial E_F} \int_{E_c}^{\infty} \frac{\lambda(E) \sqrt{E-E_c}}{1+e^{(E-E_F)/kT}} dE \right] \frac{W}{L}. \quad (43)$$

Нехай для спрощення середня довжина вільного пробігу не залежить від енергії, $\lambda(E) = \lambda_0$. Тоді після заміни змінних (26) одержуємо:

$$G = \left[\frac{2q^2}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) \lambda_0 \frac{\partial}{\partial \eta_F} \int_0^{\infty} \frac{\eta^{1/2}}{1+e^{\eta-\eta_F}} d\eta \right] \frac{W}{L}, \quad (44)$$

або інакше через інтеграл Фермі – Дірака

$$G = \left[\frac{2q^2}{h} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) \lambda_0 \frac{\partial \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_F)}{\partial \eta_F} \right] \frac{W}{L}. \quad (45)$$

Використаємо властивість інтегралів Фермі – Дірака

$$d\mathfrak{F}_j/d\eta_F = \mathfrak{F}_{j-1}, \quad (46)$$

тоді

$$G = \left[\frac{2q^2}{h} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) \lambda_0 \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_F) \right] \frac{W}{L}. \quad (47)$$

Знов-таки задля спрощення вважатимемо, що електрони не вироджені. У такому випадку інтеграли Фермі – Дірака дорівнюють експонентам, тож остаточно, перегрупувавши співмножники, запишемо:

$$G = \left[\frac{q^2}{kT} \left(\frac{g_v m^* kT}{\pi \hbar^2} \right) e^{\eta_F} \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \lambda_0 \right] \frac{W}{L}. \quad (48)$$

У цьому виразі ми можемо «пізнати» певні співмножники, які мають фізичний зміст, а саме:

$$n_S = \left(\frac{g_v m^* kT}{\pi \hbar^2} \right) e^{\eta_F} = N_{2D} e^{\eta_F},$$

$$v_T = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}},$$

$$D = \frac{v_T \lambda_0}{2},$$

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q},$$

де v_T – однонаправлена теплова швидкість (17), а D – коефіцієнт дифузії (19), що пов'язаний з рухливістю μ співвідношенням Ейнштейна. Тепер (48) можна переписати в вигляді

$$G = n_S q \mu \frac{W}{L}, \quad (49)$$

де

$$\mu = \frac{v_T \lambda_0}{2kT/q}. \quad (50)$$

Вираз (49) ідентичний звичайному результату (41) для дифузійного випадку, а формула (50) дає рухливість, записану через незалежну від енергії середню довжину вільного пробігу.

Ці викладки показують, що підхід ЛДЛ приводить до традиційних результатів у дифузійному випадку, однак, його перевага полягає в тому, що він працює також і для балістичного випадку. Пересвідчимося в цьому, обчисливши провідність. Можна скористатися виразом (10) з $T = \lambda(E)/L = 1$; або ж прямо з (42) для балістичної провідності маємо:

$$G_B = \frac{2q^2}{h} \int_{E_c}^{\infty} \left(\frac{g_v W \sqrt{2m^*(E-E_c)}}{\pi \hbar} \right) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (51)$$

Далі ми діятимемо так само, як і для дифузійного випадку. Замість (44) одержуємо:

$$G_B = \left[\frac{2q^2}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) \frac{\partial}{\partial \eta_F} \int_0^{\infty} \frac{\eta^{1/2}}{1+e^{\eta-\eta_F}} d\eta \right] W. \quad (52)$$

У невиродженому випадку після інтегрування маємо:

$$G_B = q n_S \left(\frac{v_T}{2kT/q} \right) W. \quad (53)$$

Як і слід було очікувати, балістична провідність не залежить від довжини каналу провідності L . Тим не менш, ми можемо записати балістичну провідність у традиційній формі (49), якщо (53) помножити й поділити на L і ввести поняття балістичної рухливості згідно з визначенням Шура [17]

$$\mu_B = \frac{v_T L}{2kT/q}. \quad (54)$$

Вона відрізняється від традиційної рухливості масивного провідника (50) лише заміною середньої довжини вільного пробігу λ_0 на довжину резистора L .

Чому таке важливе поняття балістичної рухливості для каналу провідності, в якому немає розсіяння електронів? У масивному напівпровіднику середня відстань між послідовними в часі зіткненнями є λ_0 і рухливість є надійною характеристикою речовини. В балістичному провіднику зіткнення не відбуваються; однак, у контактах, які постачають канал провідності електронами, відбувається інтенсивне розсіяння; таким чином, у цих провідниках відстань між двома послідовними актами розсіяння якраз і є довжиною каналу провідності. Видається природним у цій ситуації замінити середню відстань між двома актами розсіяння на довжину каналу провідності, що й веде до поняття балістичної рухливості. Це поняття виявляється параметром для запису виразу для провідності в балістичному каналі в традиційній, звичній для дифузійного транспорту, формі (49); водночас цей параметр має очевидну фізичну інтерпретацію.

Сучасні нанотранзистори зазвичай працюють у режимі, проміжному між балістичним та дифузійним режимами, у так званому квазібалістичному режимі, коли час проходження визначається виразом (21). Як і раніше, провідність у такому режимі можна обчислити, спираючись на формулу (10). У цьому випадку замість (42) одержуємо:

$$G = \frac{2q^2}{h} \int_{E_c}^{\infty} \left(\frac{\lambda(E)}{\lambda(E)+L} \right) \left(\frac{g_N W \sqrt{2m^*(E-E_c)}}{\pi \hbar} \right) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (55)$$

Як і раніше, обчислення провести особливо просто, якщо припустити, що $\lambda(E) = \lambda_0$. Знов таки, результат обчислень можна подати в традиційній формі (49), якщо рухливість μ замінити на формальну рухливість μ_{app} , яку визначають як:

$$\frac{1}{\mu_{app}} = \frac{1}{\mu_B} + \frac{1}{\mu}. \quad (56)$$

Найменша з двох рухливостей, балістична чи дифузійна, обмежує струм у нанопровіднику. Мірою зменшення довжини каналу провідності балістична рухливість зменшується згідно з (54). Якщо $\lambda \gg L$, балістична рухливість у виразі (56) домінуватиме ($\mu_B \ll \mu$) і формальна рухливість буде близька до балістичної. Балістичну рухливість слід враховувати у традиційному виразі для провідності, щоб одержати фізично розумний результат для короткого провідника.

3. Балістичні MOSFET

Раніше ми описували транзистори як пристрої з контрольованим бар'єром [1 – 3], вивчали електростатику структур MOS [4] і транспорт електронів у таких структурах. Тепер спробуємо об'єднати всі отримані відомості разом і побудувати фізичну модель процесів у нанотранзисторах. Почнемо ми з балістичних транзисторів. Реальні короткоканальні MOSFET можуть бути вельми складними для опису системами [18], й для детального розуміння їхньої роботи необхідне як напівкласичне [19], так квантовомеханічне моделювання фізичних процесів [20]. Наше завдання – скромніше: зрозуміти основні фізичні принципи функціонування нанотранзисторів так, щоб коректно інтерпретувати експериментальні дані й результати чисельного моделювання як Si MOSFET та III–V MOSFET [21], так і моделювання нанодротів та нанотрубок [22].

Вважаємо, що нам відома залежність $Q(V_{GS}, V_{DS})$ як нижче, так і вище від порогової напруги, наприклад, через напівемпіричний вираз (56) із роботи [4]. Спочатку розглянемо балістичний транспорт з $T(E) = 1$; тоді, від-

повідно до (2), запишемо для струму стоку:

$$I_{DS} = \frac{2q}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} (f_s(E) - f_D(E)) M(E) dE. \quad (57)$$

Коли напруга на стоку велика, то $f_s(E) \gg f_D(E)$, і струм насичення дорівнює

$$I_{DSAT} = \frac{2q}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} M(E) f_s(E) dE. \quad (58)$$

В лінійній області струм стоку невеликий, $f_s(E) \approx f_D(E)$, і струм за таких умов можна визначити з (10) як

$$I_{DLIN} = G_{ch} V_{DS} = \frac{V_{DS}}{R_{ch}}, \quad [A] \quad (59)$$

$$G_{ch} = \frac{1}{R_{ch}} = \frac{2q^2}{h} \int M(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE, \quad [C_M]$$

де G_{ch} – провідність каналу. Виконавши обчислення згідно з формулами (59), отримаємо балістичний струм у квазірівноважному режимі, знайдемо балістичний струм I_{ON} , а також балістичний струм у діапазоні напруг від $V_{DS} = 0$ до $V_{DS} = V_{DD}$. Однак, усі наведені вище формули було виведено для наноканалу провідності, зображеного на рис. 1. Які у нас є підстави розглядати нанотранзистор як електронний пристрій саме такого типу?

MOSFET як пристрій з наноканалом провідності

Раніше ми запровадили й докладно описали поняття наноканалу провідності (рис. 1). Рис. 8 показує, як нанотранзистор MOSFET можна розглядати як пристрій з наноканалом провідності. MOSFET використовує напругу на затворі для модуляції висоти енергетичного бар'єру. На рис. 8 зображено хід $E_c(x) \propto x$ від витоку до стоку з відповідними значеннями електрохімічних потенціалів E_{FS} та E_{FD} . Струм стоку визначається висотою бар'єру й коефіцієнтом проходження крізь невелику область із довжиною $\ell < L$ на вершині бар'єру. Якщо електрони, інжектвані витоком, будуть розсіяні назад у цій невеликій області (вузьке місце каналу провідності), то вони повернуться назад до витоку й не дадуть вкладу в струм стоку. Якщо ж електрони пройдуть цю

невелику область, то майже напевно вони досягнуть стоку. Ця певність зумовлена сильним електричним полем з боку стоку, яке «пронесе» електрони крізь решту довжини каналу в контакт стоку. Така область високого електричного поля працює як колектор електронів. Вважаємо, що коефіцієнт проходження цієї вузької області з довжиною ℓ на вершині бар'єру дорівнює одиниці. Провідність цього «вузького місця» балістична, натомість провідність усього каналу може й не бути балістичною.

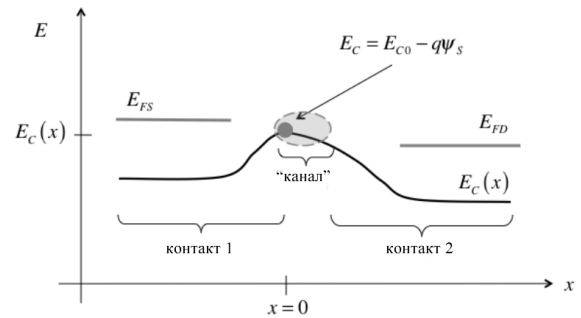


Рис. 8. Канал MOSFET як наноканал провідності типу зображеного на рис. 1. Невелика область із довжиною ℓ є критичним «вузьким місцем» для потоку електронів, що починається з вершини бар'єру. Ця невелика область і є наноканалом провідності.

Застосовуючи підхід ЛДЛ до MOSFET, потрібно обчислити концентрацію електронів на вершині бар'єру з локальної густини станів на вершині $LDOS = D_{2D}(E)|_{x=0}$, а струм розрахувати з розподілу числа мод $M(E)|_{x=0}$ на вершині бар'єру з урахуванням коефіцієнта проходження $T(E)$ через критичну область завдовжки ℓ . Ми не станемо кількісно визначати хід залежності $E_c(x)$, як це можна було б зробити, чисельно розв'язуючи дифузійно-дрейфове рівняння, кінетичне рівняння Больцмана, чи квантові рівняння разом із рівнянням Пуассона. Такі модельні розрахунки необхідні для інженерного проектування сучасних нанотранзисторів, ми ж хочемо зрозуміти фізичну суть процесів у нанотранзисторах, зосередившись на критично важливій невеликій області на вершині бар'єру.

Лінійна область

Для обчислення струму в квазі-рівноважній лінійній області вихідної характеристики використаємо формулу (59) для балістичної провідності. Для розподілу мод в (59) використаємо вирази (35) і (32):

$$M(E) = W \cdot M_{2D}(E) = W \cdot g_v \frac{\sqrt{2m^*[E - E_C(0)]}}{\pi\hbar}, \quad (60)$$

де $E_C(0)$ – енергія дна першої підзони зони провідності на вершині бар'єру. Для функції Фермі в нашому випадку $E_F \approx E_{FS} \approx E_{FD}$. Після обчислення інтегралу одержимо результат, схожий на (47) із заміною коефіцієнта проходження λ_0/L на одиницю, бо ми розглядаємо балістичний випадок, а саме:

$$I_{DLIN} = G_{ch} V_{DS} = \left[W \frac{2q^2}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2\pi m^* kT}}{2\pi\hbar} \right) \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_F) \right] V_{DS}, \quad (61)$$

$$\eta_F = \frac{E_{FS} - E_C(0)}{kT}. \quad (62)$$

Формула (61) справедлива для лінійної області балістичного MOSFET, хоч ззовні вона мало схожа на традиційний вираз типу формули (5) із роботи [2]:

$$I_{DLIN} = \frac{W}{L} |Q(V_{GS})| \mu V_{DS}. \quad (63)$$

Відповідність між традиційною та балістичною моделями MOSFET ми обговоримо пізніше.

Область насичення

Струм в області насичення обчислимо аналогічним чином, використовуючи (58):

$$I_{DSAT} = W \frac{2q}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi\hbar} \right) kT \frac{\sqrt{\pi}}{2} \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_F). \quad (64)$$

Формула (64) справедлива для області насичення балістичного MOSFET, хоча ззовні вона теж мало схожа на традиційний вираз типу формули (7) із роботи [2].

$$I_{DSAT} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{sat}. \quad (65)$$

Пізніше ми повернемося до обговорення відповідності між традиційною й балістич-

ною моделями MOSFET.

Від лінійної області до насичення

Вище ми отримали окремо вирази для струму в лінійній області (низькі значення V_{DS}) і в області насичення (високі значення V_{DS}). Модель віртуального стоку VS описує всю область зміни V_{DS} з використанням емпіричної функції насичення струму стоку (45) із роботи [4], що «зшиває» ці обидві області вихідних характеристик MOSFET. Такий підхід обговоримо пізніше. У випадку ж балістичних MOSFET нескладно одержати загальний вираз для струму від низьких і до високих значень V_{DS} .

Балістичний струм стоку при довільному значенні напруги на стоці обчислимо аналогічним чином за формулою (13) роботи [1]:

$$I_{DS} = W \frac{q}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2\pi m^* kT}}{\pi\hbar} \right) kT [\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS}) - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD})], \quad (66)$$

де

$$\eta_{FS} = [E_{FS} - E_C(0)]/kT,$$

$$\eta_{FD} = [E_{FD} - E_C(0)]/kT = [E_{FS} - qV_{DS} - E_C(0)]/kT. \quad (67)$$

Вирази для струму через електронний заряд

Вираз для струму (66) справедливий для балістичних MOSFET при довільному значенні V_{DS} , але в цьому виразі не фігурує інверсійний заряд Q . Для обчислення заряду потрібно врахувати додатньо спрямовані швидкості $+v_x$ електронів, що інжектовані витоком і заселяють стани на вершині бар'єру, а також врахувати від'ємно скеровані швидкості $-v_x$ електронів, що інжектовані стоком і теж заселяють стани на вершині бар'єру. Для довільного значення V_{DS} з (39) знаходимо інверсійний заряд

$$Q = -qn_s = -q \frac{N_{2D}}{2} [\mathfrak{F}_0(\eta_{FS}) + \mathfrak{F}_0(\eta_{FD})]. \quad (68)$$

З формул (66) і (68) для струму і заряду одержуємо

$$I_{DS} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball} \left[\frac{1 - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{1 + \mathfrak{F}_0(\eta_{FD}) / \mathfrak{F}_0(\eta_{FS})} \right],$$

$$Q(V_{GS}, V_{DS}) = -q \frac{N_D}{2} [\mathfrak{F}_0(\eta_{FS}) + \mathfrak{F}_0(\eta_{FD})],$$

$$v_{inj}^{ball} = \langle \langle v_x^+ \rangle \rangle = v_T \frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{F}_0(\eta_{FS})} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{F}_0(\eta_{FS})},$$

$$\eta_{FD} = \eta_{FS} - qV_{DS} / kT. \quad (69)$$

Це і є рівняння вихідної характеристики для балістичних MOSFET для всієї області зміни напруг на стоку. Вирази такого типу були вперше отримані в [23] і пізніше уточнені в [24].

Процедура обчислення вихідної характеристики для балістичних MOSFET може бути така. Спочатку розрахуємо електронний заряд $Q(V_{GS}, V_{DS})$ з рівнянь електростатики MOS, наприклад, із напівемпіричного виразу (56) роботи [4]. Використавши одержане значення заряду, визначимо розташування рівня Фермі витоку з другого виразу в (69). Потім визначимо балістичну швидкість із третього виразу. Нарешті, знайдемо струм у кожній точці (V_{GS}, V_{DS}) з першого виразу в (69). Обчислені таким чином характеристики для параметрів ETSOI n -MOSFET з [25] наведені на рис. 9.

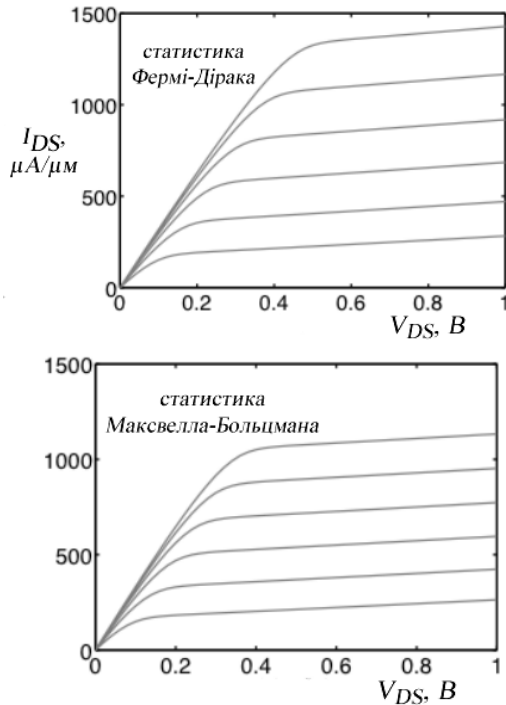


Рис. 9. Моделювання вихідних характеристик балістичних MOSFET. Використано реальні параметри ETSOI n -MOSFET з [25]. Значення I_{OFF} брали рівним $100 \text{ нА/}\mu\text{м}$, що призводить до $V_T = 0.44 \text{ В}$. Враховано термінальні опори $R_{SD} = R_S + R_D = 260 \Omega \cdot \mu$. Значення $V_{GS} = 0.5(0.1)1.0 \text{ В}$ [10].

Покажемо, що загальний балістичний вираз (69) дає правильні значення для струмів I_{DLIN} (61) та I_{DSAT} (64).

Спочатку розглянемо лінійну область. Оскільки V_{DS} мале, тобто $\eta_{FS} \approx \eta_{FD}$, то знаменник у (69) дорівнює двійці:

$$I_{DLIN}^{ball} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball} \left[\frac{1 - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{2} \right].$$

Після множення і ділення на $\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})$ одержимо

$$I_{DLIN}^{ball} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball} \frac{1}{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})} \left[\frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS}) - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD})}{2} \right].$$

Далі множимо і ділимо на $\eta_{FS} - \eta_{FD} = qV_{DS} / kT$:

$$I_{DLIN}^{ball} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| \frac{v_{inj}^{ball}}{2kT/q} \frac{1}{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})} \left[\frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS}) - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD})}{\eta_{FS} - \eta_{FD}} \right] V_{DS}.$$

Оскільки різниця $\eta_{FS} - \eta_{FD}$ невелика, то вираз у квадратних дужках є похідною від інтегралу Фермі – Дірака [8, 14], тобто

$$\left[\frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS}) - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD})}{\eta_{FS} - \eta_{FD}} \right] \approx \frac{\partial \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{\partial \eta_{FS}} = \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FS}),$$

звідки випливає

$$I_{DLIN}^{ball} = W |Q(V_{GS})| \frac{v_{inj}^{ball}}{2kT/q} \frac{\mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})} V_{DS}, \quad (70)$$

що збігається з (61).

В області насичення напруга на стоку велика, тож $\eta_{FD} \ll 0$ і всі інтеграли з аргументом η_{FD} зводяться до експонент. Тоді замість (69) одержуємо:

$$I_{DSAT}^{ball} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball} \left[\frac{1 - e^{\eta_{FS} - qV_{DS}/kT} / \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{1 + e^{\eta_{FS} - qV_{DS}/kT} / \mathfrak{F}_0(\eta_{FS})} \right].$$

За великих значень V_{DS} дріб у квадратних дужках прямує до одиниці, тож для балістичного струму насичення маємо

$$I_{DSAT}^{ball} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball},$$

що збігається з (64).

Далі одержимо вирази для вихідних характеристик, аналогічні до (69), але для на-

нодротового (nanowire, NW) MOSFET [26]. У таких транзисторах 1D канал провідності, що є квантовим дротом, оточений суцільним затвором (gate-all-around/GAA), що забезпечує надійніше керування електростатикою, знижує ефекти зниження бар'єру, зумовлені стоком DIBL і сприяє масштабуванню. Припустимо, що діаметр нанодроту настільки малий, що відстань між квантовими рівнями достатньо велика й електрони рухаються в 1D каналі тільки по одній нижній заповненій підзоні. Наше завдання – одержати вихідну характеристику для 1D MOSFET і порівняти її з такою ж характеристикою для 2D (69).

Як і для 2D MOSFET, почнімо з виразу (57), але замість формули (60) для $M(E)$ нам потрібний аналогічний розподіл числа мод для 1D каналу. Згідно з (29), для 1D каналу маємо [5 – 9]

$$M(E) = M_{1D}(E) = \frac{h}{4} \langle v_x^+(E) \rangle D_{1D}(E),$$

де густина станів [6, 8, 22] записується як

$$D_{1D}(E) = g_v \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi \hbar} \frac{1}{\sqrt{E - E_C}}, \quad (71)$$

де E_C – дно нижньої квантової підзони зони провідності.

Усереднення по кутах для 1D каналу не потрібне, тож

$$\langle v_x^+(E) \rangle = v(E).$$

Остаточно для числа мод одержуємо:

$$M_{1D}(E) = \begin{cases} 0, & (E < E_C) \\ g_v, & (E > E_C) \end{cases} \quad (72)$$

тобто число мод для 1D каналу є сталим при $E > E_C$ [6 – 8].

Інтегруючи (57) разом із (72), одержуємо 1D аналог формули (66) для 2D каналу:

$$I_{DS} = \frac{q}{h} kT [\mathfrak{F}_0(\eta_{FS}) - \mathfrak{F}_0(\eta_{FD})]$$

Тепер нам потрібно записати струм стоку через електронний заряд. Для цього використаємо вираз типу (39), але для 1D концентрації електронів, що має вимірність оберненої довжини:

$$n_L = \frac{N_{1D}}{2} [\mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FS}) + \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FD})], \quad [M^{-1}] \quad (73)$$

де ефективна 1D густина станів

$$N_{1D} = \sqrt{\frac{2m^* kT}{\pi \hbar^2}}. \quad [M^{-1}] \quad (74)$$

З цих двох виразів знаходимо питомий електронний заряд як 1D аналог виразу (68) для 2D каналу:

$$Q = -qn_L = -q \frac{N_{1D}}{2} [\mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FS}) + \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FD})]. \quad [K/M]$$

Залишилося записати струм стоку через електронний заряд. За аналогією з формулою (69) для 2D каналу, маємо:

$$I_{DS}^{1D} = |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball} \left[\frac{1 - \mathfrak{F}_0(\eta_{FD}) / \mathfrak{F}_0(\eta_{FS})}{1 + \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FS})} \right],$$

$$Q(V_{GS}, V_{DS}) = -q \frac{N_{1D}}{2} [\mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FS}) + \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FD})], \quad (75)$$

$$v_{inj}^{ball} = \langle \langle v_x^+ \rangle \rangle = v_T \frac{\mathfrak{F}_0(\eta_{FS})}{\mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FS})} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{F}_0(\eta_{FS})}{\mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FS})},$$

$$\eta_{FD} = \eta_{FS} - qV_{DS} / kT.$$

Звернімо увагу на ту обставину, що однонаправлена теплова швидкість (17) у не виродженому випадку не залежить від вимірності каналу провідності: $\langle \langle v_x^+ \rangle \rangle = v_T$, а в умовах виродження $\langle \langle v_x^+ \rangle \rangle > v_T$.

Залишається ще обговорити, яким чином обчислити заряд $Q(V_{GS}, V_{DS})$. Можна виписати вирази, аналогічні до (108) з роботи [3] для ETSOI MOSFET; або ж, якщо нас влаштовує простий підхід вище від порогу, то питомий заряд в одиницях $[K/M]$ можна взяти з

$$Q = 0, \quad V_{GS} \leq V_T$$

$$Q = -C_{ins}(V_{GS} - V_T), \quad V_{GS} > V_T,$$

$$C_{ins} = \frac{2\pi\epsilon_{ms}}{\ln\left(\frac{2t_{ins} + t_{wire}}{t_{wire}}\right)}, \quad [\Phi/M]$$

де t_{wire} – діаметр нанодроту, а t_{ins} і ϵ_{ms} – товщина й діелектрична проникність затвору GAA.

Здійснені вище викладки свідчать про те, що виведення виразів для вихідних характеристик NW MOSFET аналогічне до одержання формул для плоских MOSFET, і кінцеві вирази дуже подібні.

Отже, вираз (69) описує вихідні характеристики балістичних MOSFET. Пригадаємо, що струм стоку MOSFET завжди можна записати як добуток заряду на швидкість

$$I_{DS} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| \langle v_x(V_{GS}, V_{DS}) \rangle_{x=0}. \quad (76)$$

Прирівнюючи (76) до струму стоку (69), одержимо вираз для середньої швидкості електронів на вершині бар'єру

$$\langle v_x(V_{GS}, V_{DS}) \rangle_{x=0} = v_{inj}^{ball} \left[\frac{1 - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{1 + \mathfrak{F}_0(\eta_{FD}) / \mathfrak{F}_0(\eta_{FS})} \right], \quad (77)$$

$$v_{inj}^{ball} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*} \frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{F}_0(\eta_{FS})}}.$$

Пізніше ми повернемося до цієї швидкості і пояснимо, чому швидкість насичується при високих напругах на стоці в балістичних MOSFET.

Інтеграли Фермі – Дірака в усіх цих викладках створюють видимість складності одержаних виразів і вуалюють фактичну простоту функціонування балістичних MOSFET. Розглянемо, наприклад, неvirоджений випадок, що найчастіше має місце в реальних системах, коли вирази суттєво спрощуються. Для неvirодженого напівпровідника

$$E_F \ll E_C,$$

$$\eta_F = (E_F - E_C) / kT \ll 0,$$

а інтеграли Фермі – Дірака будь-якого порядку j зводяться до експонент:

$$\mathfrak{F}_j(\eta_F) \rightarrow e^{\eta_F}.$$

Таким чином, у неvirодженому випадку вирази (69) спрощуються до

$$I_{DS} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_T \left(\frac{1 - e^{-qV_{DS}/kT}}{1 + e^{-qV_{DS}/kT}} \right),$$

$$v_T = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}}. \quad (78)$$

Формула (78) допускає просту фізичну інтерпретацію в термінах термоіонної емісії понад бар'єром (рис. 10).

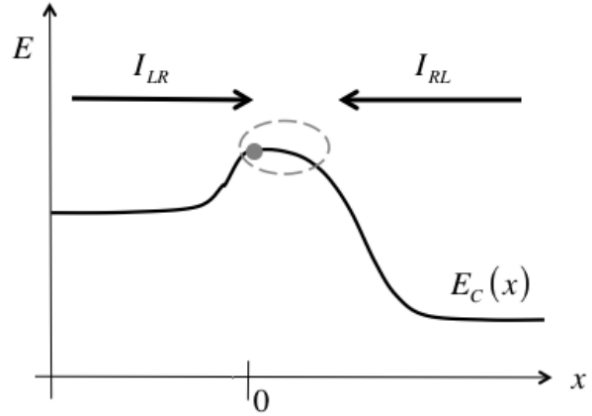


Рис. 10. Два струми в балістичних MOSFET: I_{LR} зі сторони витoku і I_{RL} зі сторони стоку. Сумарний струм $I_{DS} = I_{LR} - I_{RL}$. У транзисторі доброї якості електростатика MOS передбачає, що заряд на вершині бар'єру $Q|_{x=0}$ не повинен залежати від співвідношення цих двох струмів.

Сумарний струм I_{DS} відповідає різниці двох струмів I_{LR} та I_{RL} . Просте трактування термоіонної емісії призводить до виразу (20) з роботи [1], що ідентичний формулі (78). Викладки, здійснені вище на основі підходу ЛДЛ, показують, як обчислювати v_T і припускають розширення на неvirоджену статистику електронів. Струм стоку насичується, коли I_{RL} стає малим порівняно з I_{LR} . Це відбувається, коли V_{DS} стає більшим за декілька kT/q в неvirодженому випадку, чи за дещо більшої напруги в випадку статистики Фермі – Дірака (рис. 9).

Підіб'ємо підсумки. Ми розглянули транспорту модель ЛДЛ, яку надалі використовуватимемо для побудови теорії MOSFET за низьких та високих напруг на стоці, у квазірівноважних і в далеких від рівноваги умовах. Для достатньо довгих каналів провідності результати збігатимуться з традиційними результатами, однак, надалі ми зможемо надійно використовувати їх для побудови фізики нанотранзисторів, які працюють у балістичному чи квазібалістичному режимах.

Ми використали підхід ЛДЛ для розрахунку вихідних характеристик балістичних

MOSFET. З цією метою ми застосовували формулу Ландауера (57) з обмеженнями, які накладає електростатика MOS. В результаті одержано доволі просту модель балістичних MOSFET через формулу (69). У випадку невиродженої статистики результат моделі спрощується до формули (78), аналогічної до виразу, який ми вже отримували раніше в моделі термоіонної емісії.

Для MOSFET у підпороговому режимі можна використовувати невироджену статистику й вираз (78). В режимі вище від порогу зона провідності на вершині бар'єру лежить близько до, чи навіть нижче від рівня Фермі, й тому потрібно використовувати вираз (69). Тим не менше, у теорії структур MOS зазвичай припускають справедливості невиродженої статистики Максвелла – Больцмана, бо її використання спрощує розрахунки і робить теорію більш наочною. Більше того, на практиці ми як правило не знаємо значень деяких параметрів із потрібною точністю, і тому невироджену статистику використовують разом із емпіричними параметрами, щоб припасувати теорію до експериментальних даних.

На завершення наголосімо: стаття є наслідком прослуховування одним з нас (ЮОК) курсу лекцій «Fundamentals of Nanotransistors» [10], прочитаних он-лайн в 2016 році проф. Марком Лундстромом (Mark Lundstrom), в рамках ініціативи Purdue University / nanoHUB-U [www.nanohub.org/u]. В ній також використано напрацювання авторського курсу «Фізика конденсованого середовища», який інший автор (МВС) упродовж останніх років читає для магістрів факультету радіофізики, електроніки і комп'ютерних систем Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Список використаної літератури

- [1]. Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha. *Sensorna elektronika i mikrosystemni tekhnolohii*. **15**, No 4, 18 – 40 (2018).
- [2]. Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha. *Sensorna elektronika i mikrosystemni tekhnolohii*. **16**, No 1, 24 – 49 (2019).
- [3]. Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha. *Sensorna elektronika i mikrosystemni tekhnolohii*. **16**, No 2, 5 – 31 (2019).
- [4]. Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha. *Sensorna elektronika i mikrosystemni tekhnolohii*. **16**, No 3, 19 – 41 (2019).
- [5]. S. Datta, *Lessons from Nanoelectronics: A New Perspective on Transport* (Singapore: World Scientific: 2012).
- [6]. M. Lundstrom, C. Jeong, *Near-equilibrium transport. Fundamentals and Applications* (Singapore: World Scientific: 2013).
- [7]. Yu. O. Kruglyak, M. V. Strikha. *Ukr. Fiz. Zhurn. Ohliady*, **10**, 3 – 32 (2015).
- [8]. Yu. A. Kruglyak, *Nanoehlektronika «snizu – vverh»* (Odessa: TES: 2015).
- [9]. S. Datta, *Lessons from Nanoelectronics. Part A: Basic Concepts* (Singapore: World Scientific: 2017).
- [10]. M. Lundstrom, *Fundamentals of Nanotransistors* (Singapore: World Scientific: 2018); www.nanohub.org/courses/NT.
- [11]. R. F. Pierret, *Advanced Semiconductor Fundamentals* (Upper Saddle River, N. J., USA: Prentice Hall: 2003).
- [12]. R. Landauer, *IBM J. Res. Dev.*, **1**, № 3: 223 – 231 (1957).
- [13]. Yu. A. Kruglyak, *Termoelektrichestvo*, № 6, 7 – 47 (2014).
- [14]. R. Kim, M. Lundstrom, *Notes on Fermi – Dirac Integrals*, (West Lafayette, Indiana: Purdue University, USA); www.nanohub.org/resources/5475.
- [15]. B. J. Van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, C. T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 848 – 850 (1988).
- [16]. D. F. Holcomb, *Am. J. Phys.*, **67**, 278 – 297 (1999).
- [17]. M. S. Shur, *IEEE Electron Device Lett.*, **23**, 511 – 513 (2002).
- [18]. M. V. Fischetti, T. P. O'Regan, N. Sudarshan, C. Sachs, S. Jin, J. Kim, Y. Zhang, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **54**: 2116 – 2136 (2007).
- [19]. D. Frank, S. Laux, M. V. Fischetti, *Intern. Electron Dev. Mtg. (IEDM), Technical Digest*,

553 – 556 (1992).

[20]. Z. Ren, R. Venugopal, S. Goasguen, S. Datta, M. Lundstrom, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **50**: 1914 – 1925 (2003).

[21]. Jesus A. del Alamo, *Nature*, **479**: 317 – 323 (2011).

[22]. M. Lundstrom, Jung Guo, *Nanoscale Transistors: Physics, Modeling, and Simulations* (New York: Springer: 2006).

[23]. K. Natori, *J. Appl. Phys.*, **76**: 4879 – 4890 (1994).

[24]. A. Rahman, J. Guo, S. Datta, M. Lundstrom, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **50**: 1853 – 1864 (2003).

[25]. A. Majumdar, D. A. Antoniadis, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **61**: 351 – 358 (2014).

[26]. Y. Guerfi, G. Larrieu, *Nanoscale Res. Lett.*, **11**, 210 – 217 (2016).

Стаття надійшла до редакції 18.10.2019 р.

PACS numbers: 71.15.Mb, 71.20.-b, 73.22.Pr, 73.23.Ad, 84.32.Ff, 85.35.-p

DOI: <https://doi.org/10.18524/1815-7459.2019.4.189020>

PHYSICS OF NANOTRANSISTORS: LANDAUER – DATTA – LUNDSTROM TRANSPORT MODEL AND BALLISTIC MOSFET

*Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha**

Odesa State Environmental University,
Faculty of Computer Sciences
15 Lvivska Str, Odesa, Ukraine

phone (067) 725 2209, *E-mail: kruglyak.yual@gmail.com*

* Taras Shevchenko Kyiv National University
Faculty of Radiophysics, Electronics and Computer Sciences,
4g Hlushkov Av, Kyiv, Ukraine, phone (044) 526 0532
V. E. Lashkaryov Institute of Semiconductor Physics, NAS of Ukraine,
41 Nauky Av, Kyiv, Ukraine, phone (044) 525 6033
E-mail: maksym.strikha@gmail.com

Summary

In the fifth one from the line our new tutorial reviews, directed to serve students, university teachers and researchers, the transport model by Landauer – Datta – Lundstrom (LDL) is considered, which is further used to construct the MOSFET theory for low and high voltages in the drain, in quasi-equilibrium and in conditions far from equilibrium. For sufficiently long conduction channels, the results coincide with the usual traditional results, however, we also can reliably build the physics of nanotransistors working in ballistic or quasi-ballistic modes.

The LDL approach is used to calculate the output characteristics of ballistic MOSFETs. For this purpose, the Landauer formula with constraints imposed by MOS electrostatics is applied. The result is a fairly simple model of ballistic MOSFETs. In the case of nondegenerate statistics, this model is simplified in the same way as it was previously obtained in the thermionic emission model. For MOSFET in the subthreshold mode, one can use nondegenerate statistics. In the regime above the threshold, the conduction band at the top of the barrier is close to or even below the Fermi level. And yet, it has become common practice in the theory of MOS structures to assume the non-degenerate Maxwell – Boltzmann statistics, since its use simplifies calculations and makes the theory more visual. Moreover, in practice, as a rule, we do not know the values of certain parameters with the required accuracy, so it became customary to use nondegenerate statistics with the use of empirical parameters to fit into the experimental data.

Keywords: nanoelectronics, field effect transistor, MOSFET, LDL model, transistor metrics, transistor control, virtual source

ФІЗИКА НАНОТРАНЗИСТОРІВ: ТРАНСПОРТНА МОДЕЛЬ ЛАНДАУЕРА – ДАТТА – ЛУНДСТРОМА ТА БАЛІСТИЧНІ MOSFET

Ю. О. Кругляк, М. В. Стріха

Одеський державний екологічний університет,
факультет комп'ютерних наук,
вул. Львівська, 15, Одеса, Україна

тел. (067) 725 2209, *E-mail: kruglyak.yual@gmail.com*

* Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,
факультет радіофізики, електроніки і комп'ютерних систем,
пр. Глушкова, 4г, Київ, Україна, тел. (044) 526 0532;

Інститут фізики напівпровідників ім. В. Є. Лашкарьова НАН України,
пр. Науки, 41, Київ, Україна, тел. (044) 525 6033,
E-mail: maksym.strikha@gmail.com

Реферат

У п'ятій із нової серії методично-оглядових статей, орієнтованих на дослідників, студентів, аспірантів та викладачів вищої школи, розглянуто транспортну модель Ландауера – Датта – Лундстрома (ЛДЛ), яку надалі використовуємо для побудови теорії MOSFET при низьких і високих напругах на стоці, в квазірівноважних і в далеких від рівноваги умовах. Для достатньо довгих каналів провідності одержані результати збігаються зі звичними традиційними результатами; проте, використовуючи їх, ми також зможемо достовірно побудувати фізику нанотранзисторів, що працюють у балістичному або квазібалістичному режимах.

Використано підхід ЛДЛ для розрахунку вихідних характеристик балістичних MOSFET. Для цієї мети застосовується формула Ландауера з обмеженнями, які накладає електростатика MOS. В результаті виходить досить проста модель балістичних MOSFET. У разі невиродженої статистики результат застосування цієї моделі спрощується і робиться аналогічним до того, який уже було отримано раніше в моделі термоіонної емісії. Для MOSFET в підпороговому режимі можна користуватися невиродженою статистикою. У режимі вище від порогу зона провідності на вершині бар'єру лежить близько до, або навіть нижче віж рівня Фермі. Тим не менше, у теорії структур MOS зазвичай припускають невироджену статистику Максвелла – Больцмана, оскільки її використання спрощує розрахунки і робить теорію більш наочною. До того ж, на практиці ми як правило не знаємо значення деяких параметрів із потрібною точністю, тому невироджену статистику використовують із залученням емпіричних параметрів, щоб описати експериментальні дані.

Ключові слова: наноелектроніка, польовий транзистор, MOSFET, модель ЛДЛ, метрика транзисторів, управління транзисторами, віртуальний витік