

## ФІЗИКА НАНОТРАНЗИСТОРІВ: РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОНІВ І МОДЕЛЬ ПРОХОДЖЕННЯ MOSFET

Ю. О. Кругляк, М. В. Стріха\*

Одеський державний екологічний університет,  
факультет комп'ютерних наук,  
вул. Львівська, 15, Одеса, Україна

\* Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,  
факультет радіофізики, електроніки і комп'ютерних систем,  
пр. Глушкова, 4г, Київ, Україна, тел. (044) 526 0532;  
Інститут фізики напівпровідників ім. В. Є. Лашкарьова НАН України,  
пр. Науки, 41, Київ, Україна, тел. (044) 525 6033,  
*E-mail: maksym\_strikha@hotmail.com*

## ФІЗИКА НАНОТРАНЗИСТОРІВ: РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОНІВ І МОДЕЛЬ ПРОХОДЖЕННЯ MOSFET

Ю. О. Кругляк, М. В. Стріха

**Анотація.** У сьомій із нової серії методично-оглядових статей, орієнтованих на дослідників, студентів, аспірантів та викладачів вищої школи, ми докладно розглянули якісну картину явищ розсіювання електронів у каналі провідності нанотранзисторів. При цьому розгляді ключовим є поняття коефіцієнту проходження  $T(E)$ , який записується через середню довжину вільного пробігу щодо розсіювання назад  $\lambda(E)$  і довжину каналу провідності  $L$ . Узагальнена теорія електронного транспорту Ландауера – Датта – Лундстрома дозволила побудувати модель проходження MOSFET з урахуванням розсіювання електронів.

**Ключові слова:** наноелектроніка, польовий транзистор, MOSFET, модель ЛДЛ, метрика транзисторів, розсіювання електронів, модель проходження

## PHYSICS OF NANOTRANSISTORS: ELECTRON SCATTERING AND MOSFET TRANSMISSION MODEL

Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha

**Abstract.** In the seventh one from the line our new tutorial reviews, directed to serve students, university teachers and researchers, a qualitative picture of electron scattering phenomena in the conduction channel of nanotransistors was considered in detail. The concept of the transmission coefficient  $T(E)$  expressed through the mean free path  $\lambda(E)$  and the conduction channel length  $L$  is a key one in our examination. Later the generalized Landauer – Datta – Lundstrom transport theory made it possible to construct a model for the transmission of a MOSFET with allowance for the scattering of electrons.

**Keywords:** nanoelectronics, field effect transistor, MOSFET, LDL model, transistor metrics, electron scattering, transmission model

## ФИЗИКА НАНОТРАНЗИСТОРОВ: РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И МОДЕЛЬ ПРОХОЖДЕНИЯ MOSFET

*Ю. О. Кругляк, М. В. Стриха*

**Аннотация.** В седьмой из новой серии наших методических обзорных статей, ориентированных на студентов, аспирантов, преподавателей высшей школы и исследователей, подробно рассмотрена качественная картина явлений рассеяния электронов в канале проводимости нанотранзисторов. В ней ключевым при рассмотрении является понятие о коэффициенте прохождения  $T(E)$ , выраженном через среднюю длину свободного пробега относительно рассеяния назад  $\lambda(E)$  и длину канала проводимости  $L$ . Затем обобщенная теория транспорта Ландауэра – Датта – Лундстрёма позволила построить модель прохождения MOSFET с учетом рассеяния электронов.

**Ключевые слова:** нанoeлектроника, полевой транзистор, MOSFET, модель ЛДЛ, метрика транзисторов, рассеяние электронов, модель прохождения

### 1. Вступ

Основним пристроєм сучасної електроніки залишається польовий транзистор метал-діелектрик-напівпровідник з ізольованим затвором MOSFET, а тому розуміння базових принципів його роботи належить до обов'язкових компетенцій кожного сучасного науковця, викладача чи інженера, причетного до цієї сфери. Теорію роботи MOSFET було побудовано ще в 60-ті роки минулого століття. Відтоді вона зазнала суттєвого розвитку; проте в основному підхід до моделювання транзисторів залишився той самий, що й 50 років тому.

У першій з нової серії наших методичних оглядових статей, що друкуються в журналі «Сенсорна електроніка і мікросистемні технології» починаючи з №4, 2018, ми дали загальний опис транзистора MOSFET, що є базовим пристроєм сучасної електроніки. Нашу наступну статтю було присвячено викладові класичної теорії MOSFET. У подальших двох статтях розглянуто фізику процесів у напівпровідниковому каналі MOSFET та 2D електростатику MOS й зумовлені нею ефекти.

У подальшій у черзі статті [1] ми розглянули узагальнену модель електронного транспорту Ландауэра – Датта – Лундстрёма (ЛДЛ) стосовно до 2D каналів провідності польових

транзисторів MOSFET, а після того, продовжуючи виклад фізичних принципів моделювання нанотранзисторів, ми запровадили поняття про балістичну швидкість впорскування і розглянули її особливості, що надалі дозволило об'єднати балістичну модель MOSFET з моделлю віртуального витоку.

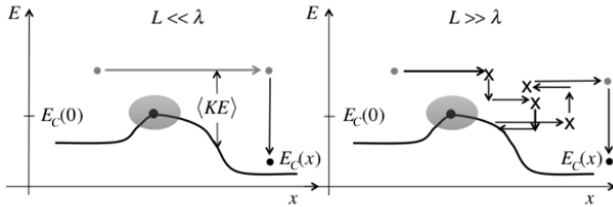
При обчисленні характеристик балістичних MOSFET ми починали з виразу (57) роботи [1], де вважали, що коефіцієнт проходження  $T(E)$  дорівнює одиниці. Розсіювання електронів на заряджених домішках, коливаннях ґратки (фононах) тощо зменшують проходження. Для обчислення характеристик транзисторів з урахуванням розсіювання справедливий вираз

$$I_{DS} = \frac{2q}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} T(E) M(E) (f_s(E) - f_d(E)) dE. \quad (1)$$

Траєкторію електрона при балістичному перенесенні схематично зображено на рис. 1 в порівнянні з квазі-балістичним перенесенням, що включає множинні процеси розсіювання.

Як зображено на лівому рисунку 1, електрони впорскуються витоком, у якому вони зазнають розсіювання, в канал провідності, де процесів розсіювання немає, і входять до стоку, де розсіювання з'являється знову. Різниця електростатичних потенціалів на кінцях

каналу провідності прискорює електрони, і насамкінець вони передають свою кінетичну енергію ( $KE$  на рисунку) стоку. Це - балістичне перенесення.



**Рис. 1. Балістичне (ліворуч) та квазі-балістичне (праворуч) перенесення електрона. В обох випадках зображено траєкторії електрона, інжектованого витоком з певною енергією  $E$ . Розсіювання – стохастичний процес, тож траєкторія праворуч - одна з множини можливих траєкторій**

Праворуч на рис. 1 умовно зображено траєкторію перенесення за наявності актів розсіювання. Деякі акти розсіювання пружні: змінюється напрям руху, але не енергія. Інші акти непружні: змінюється і напрям, і енергія. Наприклад, електрони можуть набувати енергію, поглинаючи фонони (кванти енергії коливань ґратки), або ж можуть передавати енергію коливанням ґратки, генеруючи фонони. Зокрема, для зображеної праворуч траєкторії електрон, інжектований витоком, досягає стоку; однак, розсіювання це стохастичний процес, і можуть реалізуватися траєкторії, коли інжектований витоком електрон розсіюється назад і повертається на витік. Коефіцієнт проходження від витоку до стоку – це відношення потоку електронів, інжектованих витоком, до потоку електронів, що залишають канал провідності через стік, яке з неминучістю менше від 1 через розсіювання.

Далі ми спершу якісно розглянемо розсіювання електронів і запровадимо поняття коефіцієнту проходження, а потім побудуємо модель проходження MOSFET.

## 2. Розсіювання електронів і коефіцієнт проходження

Нанорозмірні MOSFET не є ані суто балістичними ( $T(E)=1$ ), ані суто дифузійними ( $T(E)\ll 1$ ): вони працюють у квазі-балістичному режимі з  $T(E) < \sim 1$ . Наше завдання

– навчитися використовувати вираз (1) у квазі-балістичному режимі. Докладніше з проходженням за наявності розсіювання можна познайомитися в [2–5].

### Характеристичні часи й довжини

Зручний підхід для розуміння розсіювання дають характеристичні часи, такі, як середній час між зіткненнями  $\tau$  (обернена величина  $1/\tau$  - швидкість розсіювання - має фізичний зміст імовірності акту розсіювання протягом одиниці часу). Зручно запровадити також середню довжину вільного пробігу  $\Lambda$  як середню відстань між актами розсіювання ( $1/\Lambda$  є ймовірність розсіювання на одиницю довжини). В загальному випадку ці характеристичні часи й довжини залежать від енергії електронів. Нас цікавлять середні часи розсіювання та середні довжини вільного пробігу, коли усереднення відбувається за фізично істотним розподілом енергій електронів.

Три важливі характеристичні часи проілюстровані на рис. 2. Розглянемо потік електронів з квазіімпульсом  $\vec{p}(E) = p(E)\hat{x}$ , інжектованих у провідник у момент часу  $t=0$ . Вважатимемо, що енергія електронів  $E$  набагато більша від рівноважної енергії  $3kT/2$ . По завершенні часу  $\tau(E)$  нехай кожний електрон зазнає в середньому хоча б одного акту розсіювання. Величина  $\tau(E)$  є середній час розсіювання, а обернена величина  $1/\tau(E)$  – середня швидкість розсіювання. При цьому вважатимемо, що всі стани, в які розсіюються електрони, вільні й електронів, привнесених з інших станів, немає. Точніше величину  $\tau(E)$  можна назвати середнім часом розсіювання електронів назовні (out-scattering time), оскільки, розсіювшись, електрон вибуває з процесу перенесення струму.

Як зображено на рис. 2, корисно визначити й інші характеристичні часи. Наприклад, головним механізмом розсіювання може бути пружне й анізотропне розсіювання, коли акт розсіювання не змінює енергії і тільки трохи відхиляє електрон. У такому разі після часу  $\tau(E)$  електрони все ще характеризуються імпульсом переважно в напрямку осі  $x$ , а їхня енергія ще приблизно та ж, що й при інжектуванні. Пізніше, коли промине час релаксації імпульсу  $\tau_m(E)$ , імпульси електронів рандомізуються й релаксують, і сумарний імпульс уже не буде скерована-

ний вздовж осі  $x$ , хоч, середня енергія буде все ще близька до енергії при інжектуванні, якщо домінуючий механізм розсіювання все ще залишатиметься пружним. Нарешті, через дещо довший час, – час релаксації енергії  $\tau_E(E)$ , – впорснуті електрони втратять свою надлишкову енергію і прийдуть до рівноважного стану. Співвідношення між цими характеристичними часами приблизно таке:

$$\tau_E(E) > \tau_m(E) \geq \tau(E), \quad (2)$$

воно виникає, бо може знадобитися декілька актів непружного розсіювання, щоб «скинути» надлишкову енергію. Якщо розсіювання ізотропне, тобто електрони з однаковою ймовірністю розсіюються в усіх напрямках, то  $\tau(E) = \tau_m(E)$ .

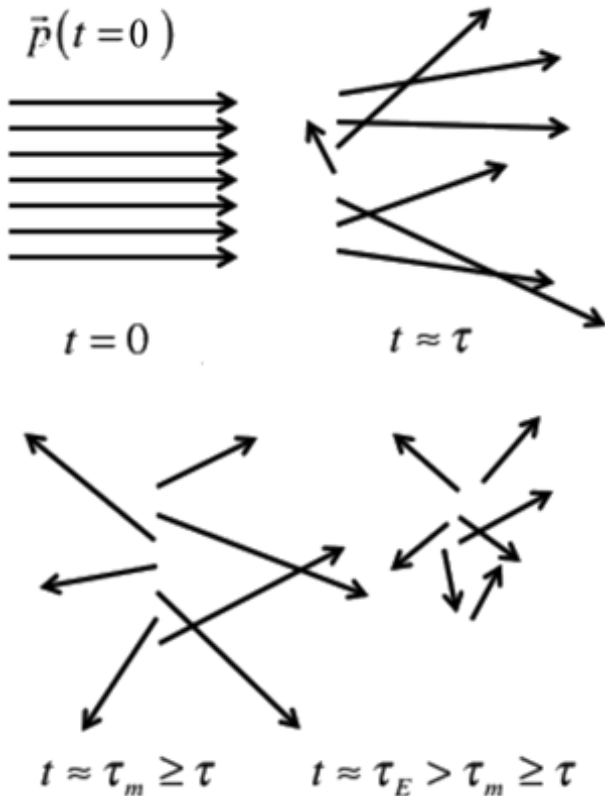


Рис. 2. Якісна візуалізація різних характеристичних часів розсіювання. В момент часу  $t = 0$  електрони з однаковими імпульсами впорсковуються в провідник в одному напрямку. Електрони зазнають у середньому одного зіткнення через час  $t \approx \tau(E)$ . Сумарний імпульс первісного ансамблю електронів робиться нульовим через час  $t \approx \tau_m(E) \geq \tau(E)$  а енергія набуває свого рівноважного значення протягом часу  $t \approx \tau_E(E) > \tau_m(E) \geq \tau(E)$ . Довжина векторів на рисунках символічно відповідає енергії [2, 4]

Можна визначити також характеристичні довжини розсіювання, як-от середню довжину вільного пробігу (mean-free-path/mfp)

$$\Lambda(E) = v(E)\tau(E), \quad (3)$$

що є середньою відстанню між актами розсіювання, а також аналогічну довжину релаксації імпульсу та довжину релаксації енергії.

#### Швидкості розсіювання та енергія

Фундаментальним поняттям у теорії розсіювання є матриця розсіювання  $S(\vec{p} \rightarrow \vec{p}')$ , яка переводить систему частинок з початкового стану  $\vec{p}$  в деякий кінцевий стан  $\vec{p}'$ .

Швидкість розсіювання, або інакше ймовірність розсіювання протягом одиниці часу, є оберненим середнім часом між двома послідовними зіткненнями, який одержують шляхом підсумовування за всіма можливими кінцевими станами:

$$\frac{1}{\tau(\vec{p})} = \sum_{\vec{p}'} S(\vec{p} \rightarrow \vec{p}'). \quad (4)$$

У припущенні, що електрони впорсковуються в провідник з початковим імпульсом, спрямованим уздовж осі  $x$ , для швидкості імпульсної релаксації, за аналогією з (4), одержуємо [2]:

$$\frac{1}{\tau_m(\vec{p})} = \sum_{\vec{p}'} S(\vec{p} \rightarrow \vec{p}') \frac{\Delta p_x}{p_x}. \quad (5)$$

Анізотропне розсіювання відхиляє електрони переважно на певні невеликі кути навколо напрямку анізотропії, внаслідок чого час імпульсної релаксації зростає, а відповідна швидкість зменшується. Аналогічним чином записується швидкість релаксації енергії через час відповідної релаксації.

Час імпульсної релаксації можна розрахувати зі швидкості переходу. Техніка обчислення швидкості переходу докладно викладена в [2]. Тут ми наведемо тільки її основні моменти. Розгляньмо акт розсіювання докладніше (рис. 3).

Нехай електрон з імпульсом  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ , що описується хвильовою функцією  $\psi_i(\vec{r})$ , виявився в області дії потенціалу розсіювання  $U_s(\vec{r}, t)$ , який може бути як статичним (розсіювання на заряджених домішках), так і динамічним (розсіювання на фононах). В результаті



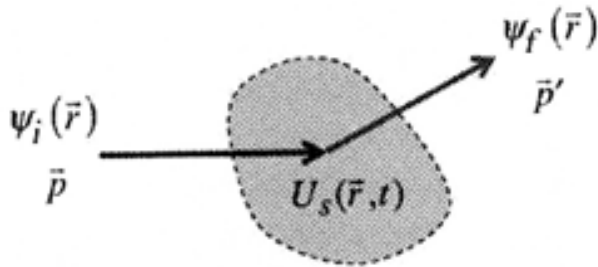
акту розсіяння початковий імпульс електрона змінюється і дорівнює  $\vec{p}'$ , змінюється і його хвильова функція на  $\psi_f(\vec{r})$ . Потрібно розрахувати ймовірність (протягом одиниці часу)  $S(\vec{p} \rightarrow \vec{p}')$  переходу електрона з початкового стану  $\vec{p}$  в кінцевий  $\vec{p}'$ .

В першому порядку теорії збурень

$$S(\vec{p} \rightarrow \vec{p}') = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{p',p}|^2 \delta(E' - E - \Delta E), \quad (6)$$

де матричний елемент переходу

$$|H_{p',p}|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_f^*(\vec{r}) U_s(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) d\vec{r}.$$



**Рис. 3.** Перехід електрона з початкового стану в кінцевий в результаті акту розсіяння на потенціалі  $U_s(\vec{r}, t)$

Вираз (6) має в квантовій теорії назву золотого правила Фермі – Дірака [6, 7].  $\delta$ -функція в (6) відповідає за збереження енергії. В випадку статичного потенціалу розсіяння (наприклад, на заряджених домішках) енергія не релаксує ( $\Delta E = 0$ ). Для періодичного потенціалу з характерною частотою  $\omega$  (коливання ґратки)  $\Delta E = \pm \hbar\omega$ , що відповідає емісії або поглинанню фонуна. В будь-якому випадку потрібно спершу визначити потенціал розсіяння, потім скористатися з (6) і далі обчислити характерний час (4) чи (5).

Згідно з (4), швидкість розсіяння залежить від числа кінцевих станів при енергії  $E(\vec{p}')$ , доступних для електрона. Специфічні механізми розсіяння можуть добирати спеціальні кінцеві стани, в чому ми переконаємося нижче, обговорюючи розсіяння на заряджених доміш-

ках, а в найпростішому випадку швидкість розсіяння повинна бути пропорційна густині кінцевих станів. Для ізотропного пружного розсіяння електронів у зоні провідності

$$\frac{1}{\tau(E)} = \frac{1}{\tau_m(E)} \propto D(E - E_C), \quad (7)$$

а для ізотропного непружного розсіяння, коли електрон поглинає або випромінює енергію  $\hbar\omega$ , наприклад, при взаємодії з фононом,

$$\frac{1}{\tau(E)} = \frac{1}{\tau_m(E - E_C)} \propto D(E \pm \hbar\omega - E_C). \quad (8)$$

Для простих зон параболічного профілю відомі аналітичні вирази для часів розсіяння [2], а для складніших зон слід виконувати чисельне підсумовування за кінцевими станами.

Для напівпровідників часи розсіяння часто записують через ступеневу апроксимацію

$$\tau_m(E) = \tau_{m0} \left( \frac{E - E_C}{kT} \right)^s, \quad (9)$$

де  $s$  – характерний показник степені, що відповідає тому або іншому механізму розсіяння. Наприклад, розсіяння електронів на акустичних фононах можемо розглядати як майже пружне та ізотропне при кімнатній температурі. Швидкість розсіяння повинна бути пропорційна до густини станів, яка для 3D електронів при параболічній зонній структурі напівпровідника пропорційна до  $(E - E_C)^{1/2}$ , тож для часу розсіяння можна очікувати пропорційності величині  $(E - E_C)^{-1/2}$ . Отже, характерний показник степені для розсіяння на акустичних фононах  $s = -1/2$ . Для 2D електронів густина станів не залежить від енергії, тож у цьому випадку характерний показник степені  $s = 0$ . Для 1D електронів густина станів пропорційна до  $(E - E_C)^{-1/2}$ , отже, характерний показник степені  $s = +1/2$ . Не завжди можна описати час розсіяння ступеневим законом, але, коли це вдається, розрахунки інших фізичних величин стають значно простіші.

Коли розсіювання зумовлюють електростатичні взаємодії, наприклад, при розсіянні на заряджених домішках, або при розсіянні на

фононах у полярному середовищі, залежність часу розсіювання від енергії інша. Як зображено на рис. 4, випадково розташовані заряди спричиняють флуктуації профілю дна зони провідності  $E_c(x)$ , що зумовлюють розсіювання електронів. При цьому високоенергетичні електрони відчують флуктуації потенціалу меншою мірою, ніж електрони з нижчою енергією, тож у випадку розсіювання на заряджених домішках чи на полярних фононах можна очікувати, що швидкість розсіювання  $1/\tau(E)$  зменшується (час розсіювання  $\tau(E)$  збільшується) зі збільшенням енергії електронів. Часу розсіювання для 3D електронів у степеневому законі відповідає значення  $s = +3/2$  [2]. При розсіюванні на неполярних фононах час розсіювання зменшується з енергією електронів.

Важливою рисою розсіювання на заряджених домішках є його анізотропність. Значна частина електронів характеризується великою енергією, і ці електрони майже не змінюють свої траєкторії в полі заряджених домішок. В результаті час релаксації імпульсу при розсіюванні на заряджених домішках суттєво більший від середнього часу розсіювання:  $\tau_m(E) \gg \tau(E)$ .

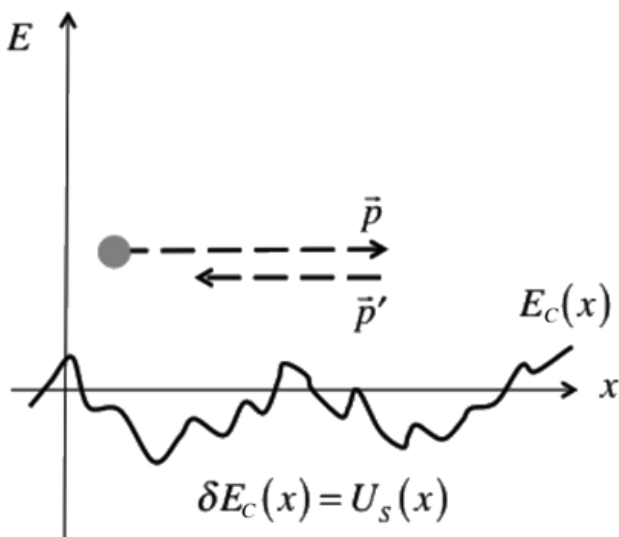


Рис. 4. Флуктуації потенціалу, створювані випадково розташованими зарядами, зумовлюють розсіювання на заряджених домішках. Електрони з високою енергією «відчують» флуктуації потенціалу меншою мірою, аніж електрони з малою енергією, а тому розсіюються менше

Середня довжина вільного пробігу так само може бути записана в вигляді степеневого закону. З формули (3), пам'ятаючи, що для параболічних зон  $v(E) \propto (E - E_c)^{1/2}$ , одержуємо

$$\Lambda(E) = v(E)\tau(E) \propto (E - E_c)^{1/2} \left( \frac{E - E_c}{kT} \right)^s = \Lambda_0 \left( \frac{E - E_c}{kT} \right)^r, \quad (10)$$

де характеристичний показник степені для середньої довжини вільного пробігу  $r = s + 1/2$ . Для розсіювання на акустичних фононах у 3D  $s = -1/2$ , тож  $r = 0$ : середня довжина вільного пробігу не залежить від енергії. При розсіюванні на акустичних фононах у 2D  $s = 0$ , тож  $r = 1/2$ : середня довжина вільного пробігу збільшується зі збільшенням енергії електронів.

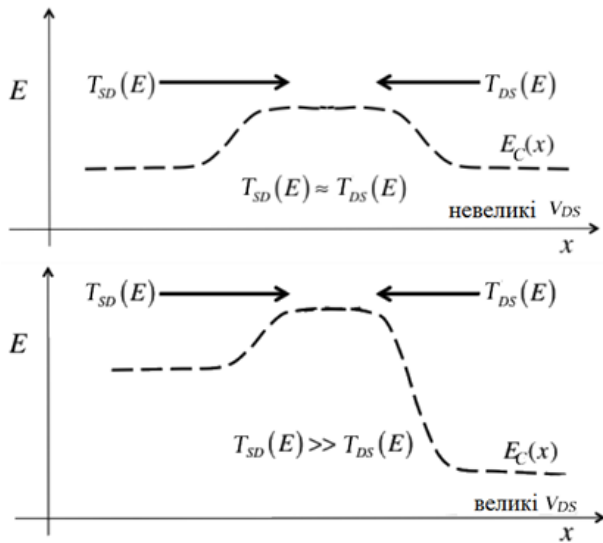
#### Коефіцієнт проходження

Відмінність між проходженням  $T_{SD}(E)$  від витоку до стоку і  $T_{DS}(E)$  від стоку до витоку зображено на рис. 5. Величина  $T_{SD}(E)$  є відношення стаціонарного потоку електронів, що виходить зі стоку, до потоку, інжектованого витоком, а величина  $T_{DS}(E)$  є відношення потоку електронів, що виходять із витоку, до потоку, інжектованого стоком. При нульовій, або ж невеликій напрузі на стоку можна очікувати, що обидва коефіцієнти проходження однакові:  $T_{SD}(E) \approx T_{DS}(E) = T(E)$ . Цей випадок зображено у верхній частині рис. 5. В нижній частині рисунку зображена ситуація, коли напруга на стоку велика. В цьому випадку зовсім не очевидно, будуть чи не будуть однакові  $T_{SD}(E)$  і  $T_{DS}(E)$ , але можна показати, що в випадку пружного розсіювання обидва коефіцієнти проходження однакові. Проте, за непружного розсіювання вони цілком відмінні:  $T_{SD}(E) \gg T_{DS}(E)$ .

При моделюванні струму в MOSFET той факт, що  $T_{SD}(E) \gg T_{DS}(E)$  при великій напрузі на стоці не відіграє суттєвого значення, оскільки за великої  $V_{DS}$  потік електронів, інжектованих витоком, і так надто незначний. Таким чином, зазвичай обчислюють єдиний коефіцієнт проходження  $T(E)$  для обох напрямків.

Раніше ми показали, що коефіцієнт проходження  $T(E)$  пов'язаний із середньою довжиною вільного пробігу між зіткненнями назад  $\lambda(E)$  згідно з формулою (21) роботи [1]:

$$T(E) = \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L}. \quad (11)$$



**Рис. 5.** Поведінка двох коефіцієнтів проходження  $T_{SD}(E)$  і  $T_{DS}(E)$ . Верхній рисунок відповідає нульовій чи невеликій напрузі  $V_{DS}$ , а нижній рисунок відповідає великій напрузі на стоці

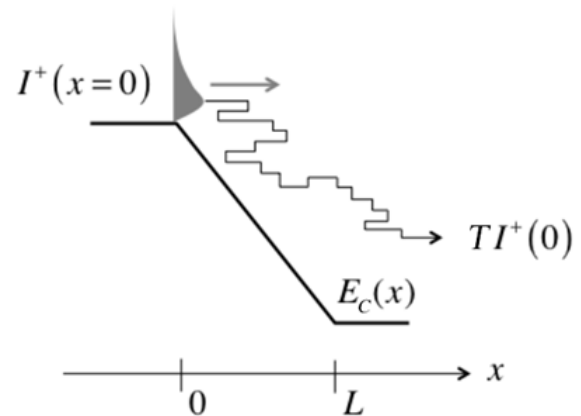
Звернімо увагу, що в виразі (11) фігурує саме довжина  $\lambda(E)$ , а не  $\Lambda(E)$  з формули (3). Цей вираз (11) не складно вивести [3, 4]. Він придатний для опису проходження у всьому інтервалі від балістичної до дифузійної межі. Коли довжина провідника менша від середньої довжини вільного пробігу, тоді

$$T(E) = \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L} \rightarrow 1, \quad L \ll \lambda(E) \quad (12)$$

й перенення електронів у каналі провідності балістичне. Натомість коли довжина провідника велика порівняно з довжиною вільного пробігу, тоді

$$T(E) = \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L} \rightarrow \frac{\lambda(E)}{L}, \quad L \gg \lambda(E). \quad (13)$$

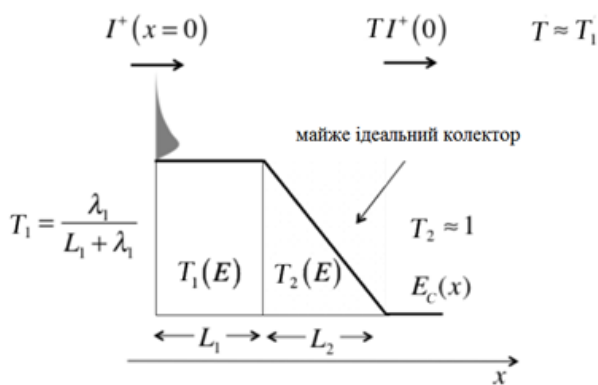
Вираз (11) описує проходження електронів у провіднику за відсутності електричного поля. Те, що відбувається після прикладення електричного поля до каналу провідності, ілюструє рис. 6.



**Рис. 6.** Траєкторія електрона в короткому каналі провідності, коли прикладено високе електричне поле. Електрони впорскуються витоком і більша їх частина досягає стоку, навіть коли відбуваються акти розсіювання [8]

На рис. 6 зображено короткий канал провідності, до якого прикладено сильне електричне поле. Рівноважний потік електронів впорскує витік. Електрони швидко нарощують кінетичну енергію і швидкість їхнього розсіювання збільшується. Моделювання електронного транспорту через короткі канали з великим перепадом напруги, коли може спостерігатися різкий сплеск швидкості, є однією з важливих задач сучасної напівкласичної теорії транспорту [2]. Розрахунок середньої швидкості залежно від координати електрона в провіднику - вельми складна задача, однак, детальне моделювання її з використанням поняття проходження веде до наочних і зрозумілих результатів [8]. Встановлено, що коли інжектвані електрони проникають навіть на коротку відстань вглиб області з сильним електричним полем, тоді, навіть зазнаючи актів розсіювання, вони однак досягнуть кінця каналу провідності [8]. Навіть якщо відбувається сильне розсіювання, коефіцієнт проходження може дорівнювати майже одиниці, бо сильне електричне поле підхоплює електрони і виносить їх з каналу провідності в стоковий термінал.

У високоякісному MOSFET за великої напруги на стоку електричне поле поблизу вершини бар'єру біля входу в канал провідності слабке, а поблизу стоку сильне. Для розуміння того, що відбувається за такої ситуації, розглянемо модель на рис. 7.



**Рис. 7. Модельний профіль каналу провідності, що ілюструє проходження електрона спершу крізь область з низьким електричним полем, а потім – з високим електричним полем**

У цій моделі енергетичний профіль каналу провідності складається з двох ділянок: короткої ділянки довжиною  $L_1$  зі сталим потенціалом і середньою довжиною вільного пробігу  $\lambda_1$  і довгої ділянки завдовжки  $L_2$  з сильним електричним полем. Коефіцієнт проходження через першу ділянку  $T_1 = \lambda_1 / (L_1 + \lambda_1)$ , а через другу –  $T_2 \approx 1$  (попри численні акти розсіяння, сильне поле виносить майже всі електрони до терміналу витоку). Сумарний коефіцієнт проходження, очевидно, дорівнюватиме  $T \approx \lambda_1 / (L_1 + \lambda_1)$ . Важливий висновок із цього полягає в подальшому: проходження через складну структуру, що складається з низькопольової ділянки й дальшої ділянки з високим електричним полем, контролюється довжиною низькопольової ділянки. На практиці, коли електричне поле змінюється плавно вздовж каналу провідності, надійно визначити довжину низькопольової ділянки складно [9, 10], але наведений вище простий розгляд наочно пояснює результати математичного моделювання [8].

Підіб'ємо підсумки обговорення поняття коефіцієнту проходження:

1. Коефіцієнт проходження визначається довжиною каналу й середньою довжиною вільного пробігу назад,  $T = \lambda / (L + \lambda)$ .

2. При балістичному транспорті  $T \rightarrow 1$ , якщо  $L \gg \lambda$ .

3. При дифузійному транспорті

$T \rightarrow \lambda / L \ll 1$ , якщо  $L \ll \lambda$ .

4. Область у каналі провідності з високим електричним полем є добрим колектором електронів,  $T \approx 1$ .

5. У каналі провідності, де електричне поле змінюється від слабкого до сильного значення, як це має місце в MOSFET за великої напруги на стоці, проходження контролюється областю з низьким електричним полем.

#### *Середня долина вільного пробігу щодо розсіяння назад*

Ми використовуємо два різні поняття середньої довжини вільного пробігу. Довжина  $\Lambda$  (3) – це середня відстань між двома актами розсіяння. Саме такий зміст більшість фізиків вкладають у поняття «середня довжина вільного пробігу». Обернена величина  $1/\Lambda$  є ймовірність розсіяння на одиницю довжини. Однак, у нашому контексті величина  $\lambda$ , як середня довжина вільного пробігу назад, більш істотна. Її обернена величина  $1/\lambda$  є ймовірність на одиницю довжини того, що прямий (у додатному напрямі) потік розсіється назад (у від'ємному напрямі). Коефіцієнт проходження (11) визначається саме через величину  $\lambda$ . Як пов'язані між собою поняття довжин  $\lambda$  та  $\Lambda$ ?

Рис. 8 ілюструє розсіяння в 1D каналі провідності, наприклад, у NW MOSFET.



**Рис. 8. Розсіяння вперед і розсіяння назад у каналі 1D [3, 4]**

Нехай розсіяння є ізотропне й середній час між двома актами розсіяння є  $\tau$ . Якщо електрон, що рухається в прямому напрямку, здій-



снить акт розсіяння через час  $\tau$ , він з однаковою ймовірністю може розсіятися як уперед, так і назад. Однак тільки розсіяння назад, яке в середньому відбувається через час  $2\tau$ , істотне для визначення величини струму (розсіяння вперед на нього ніяк не впливає, бо електрон далі рухається, куди потрібно). У відповідності до такого очевидного твердження середня довжина вільного пробігу назад у  $1D$  каналі є

$$\lambda(E) = 2v(E)\tau_m = 2\Lambda, \quad (14)$$

де ми використали час релаксації імпульсу, бо раніше припустили ізотропний характер розсіяння, для якого  $\tau_m = \tau$ .

У  $2D$  і  $3D$  каналах визначення середньої довжини вільного пробігу щодо розсіяння назад передбачає усереднення за кутами [11], як це зображено на рис. 9 для  $2D$  каналу.

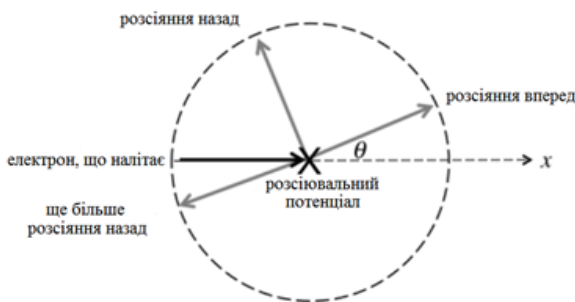


Рис. 9. Розсіяння вперед і розсіяння назад у  $2D$  каналі

Провівши відповідне усереднення, для  $2D$  каналу провідності можна одержати

$$\lambda(E) = \frac{\pi}{2}v(E)\tau_m = \frac{\pi}{2}\Lambda, \quad (15)$$

а для  $3D$  каналу  $\lambda(E) = 4\Lambda/3$  [3, 4, 11]. Для коректного розрахунку коефіцієнту проходження важливо враховувати різницю між двома середніми довжинами  $\lambda$  та  $\Lambda$ .

Простий вираз для коефіцієнту проходження (11) пов'язує між собою середню довжину вільного пробігу назад  $\lambda$  і довжину низькопольової частини каналу провідності, що охоплює невелику область вершини бар'єру. Для обчислення проходження потрібно знати величину  $\lambda$ . Останню можна обчислити за (15) чи визначити експериментально. Ситуація в класичному розумінні виглядає як задача

дифузії – частинки, які інjektує лівий термінал, дифундують через канал і залишають його через протилежний термінал. Вихідний потік електронів визначає коефіцієнт проходження, а в класичній задачі його має визначати коефіцієнт дифузії. Докладний аналіз цієї ситуації [3, 4] показує, що має місце просте співвідношення між коефіцієнтом дифузії й тепловою швидкістю електрона  $v_T$  та середньою довжиною вільного пробігу щодо розсіяння назад  $\lambda$ , а саме:

$$D = \frac{v_T \langle \lambda \rangle}{2}, \quad (16)$$

де  $\langle \lambda \rangle$  – середня довжина вільного пробігу, усереднена за енергією. Саме це співвідношення відкриває можливість визначити середню довжину вільного пробігу експериментально. Звернімо увагу на те, що вираз (16) справедливий лише для невиродженої статистики електронів. Загальніший випадок статистики Фермі – Дірака стосовно до цієї задачі обговорено в [3, 4].

Рухливість експериментально виміряти легше, аніж коефіцієнт дифузії, тож у літературі простіше знайти відомості про рухливість, яку пов'язує з коефіцієнтом дифузії співвідношення Ейнштейна

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}, \quad (17)$$

яке, щоправда, справедливе для рівноважної ситуації; однак, електрони в низькопольовій частині каналу в області вершини бар'єру, яка, власне, й контролює проходження, теж перебувають поблизу рівноваги.

Тож ми можемо доволі просто оцінити середню довжину вільного пробігу щодо розсіяння назад через відоме значення рухливості електронів. Спершу з рухливості визначаємо коефіцієнт дифузії за (17), а потім – середню довжину вільного пробігу за (16). Врахування виродження, що важливо в області вище від порогу, обговорено в [3, 4].

Для прикладу обчислимо середню довжину вільного пробігу й коефіцієнт проходження  $22 \text{ нм}$  MOSFET. Розглянемо  $n\text{-Si}$  MOSFET з каналом завдовжки  $L = 22 \text{ нм}$  при  $T = 300 \text{ K}$  в квазікласичному режимі. Нехай орієнтація

підкладки (100) й заселена тільки нижня підзона. Рухливість  $\mu = 250 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ . Знайдемо  $\langle \lambda \rangle$  і теплову швидкість  $v_T$ .

Розрахуємо коефіцієнт дифузії з рухливості за (17):

$$D = \mu \frac{kT}{q} = 6.5 \text{ см}^2/\text{с}.$$

Візьмемо  $m^* = 0.19m_0$ , так що  $v_T = 1.23 \times 10^7 \text{ см/с}$ , і визначимо  $\langle \lambda \rangle$  за (16):

$$\langle \lambda \rangle = \frac{2D}{v_T} = \frac{2 \times 6.5}{1.2 \times 10^7} = 10.5 \text{ нм},$$

а далі оцінимо коефіцієнт проходження за (11):

$$T \approx \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle \lambda \rangle + L} = \frac{10.5}{10.5 + 22} = 0.32.$$

Цей результат наближений, бо величину  $\langle \lambda \rangle$  у цьому виразі не було усереднено за енергією, як того вимагає формула (11). Тим не менше, одержаний результат говорить, що такий MOSFET в лінійній області працює в проміжному режимі. При високій напрузі на стоці електрони набувають більшої енергії, що веде до інтенсивнішого розсіяння. Однак, подальший розгляд покаже нам, що, всупереч очікуванням, MOSFET за високої напруги на стоці працює ближче до балістичного режиму, ніж за низької напруги.

Отже, найважливіші одержані результати такі:

$$\begin{aligned} T(E) &= \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L}, \\ \lambda(E) &= \frac{\pi}{2} v(E) \tau_m, \\ \langle \lambda \rangle &= \frac{2D}{v_T}, \end{aligned} \quad (18)$$

де під  $L$  слід розуміти довжину низькопольової частини каналу провідності. Множник  $\pi/2$  виникає через усереднення за кутами в 2D каналі. Через ці вирази легко оцінити середню довжину вільного пробігу в припущенні невідродженої статистики носіїв.

### 3. Модель проходження MOSFET

Переїдемо до побудови моделі нанорозмірних MOSFET з урахуванням розсіяння. Саме врахування розсіяння робить моделювання

транспортних явищ складною задачею, а в випадку MOSFET – особливо складною [9, 12]. Тим не менше, ми пересвідчимося, що основні принципи моделювання MOSFET з урахуванням розсіяння можна легко зрозуміти й використовувати надалі для інтерпретації експериментальних даних та результатів обчислень при моделюванні.

Отже, для струму маємо найзагальніший вираз (2) з роботи [1], що описує всі можливі режими протікання струму:

$$I_{DS} = \frac{2q}{h} \int T(E) M(E) (f_s(E) - f_d(E)) dE. \quad [A] \quad (19)$$

Якщо до стоку прикладено велику напругу, тоді  $f_s(E) \gg f_d(E)$  і струм насичення

$$I_{DSAT} = \frac{2q}{h} \int T(E) M(E) f_s(E) dE. \quad (20)$$

Натомість у квазірівноважному режимі струм невеликий,  $f_s \approx f_d$ , тому для струму й провідності на лінійній ділянці справедливі вирази (10) з роботи [1]:

$$\begin{aligned} I_{DLIN} &= G_{ch} V_{DS}, \quad [A] \\ G_{ch} &= \frac{2q^2}{h} \int T(E) M(E) \left( -\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad [C_M] \end{aligned} \quad (21)$$

За цими виразами можна розрахувати лінійний струм, величину  $I_{ON}$  і струм у всьому діапазоні зміни  $V_{DS}$  від  $V_{DS} = 0$  до  $V_{DS} = V_{DD}$ . Щоб спростити далі побудови, вважатимемо, що середня довжина вільного пробігу не залежить від енергії:

$$T(E) = \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L} \rightarrow T = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + L}. \quad (22)$$

### Резюме балістичної моделі MOSFET

Випишемо остаточні результати балістичної моделі (формула (69) роботи [1]) подальшим чином. Струм стоку

$$I_{DS} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| F_{SAT} v_{inj}^{ball}. \quad (23)$$

Функція насичення струму стоку для обох статистик визначається виразами:

$$F_{SAT} = \left[ \frac{1 - \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{1 + \mathfrak{I}_0(\eta_{FD}) / \mathfrak{I}_0(\eta_{FS})} \right], \text{ (Фермі – Дірак / FD)}$$

$$F_{SAT} = \left[ \frac{1 - e^{-qV_{DS}/kT}}{1 + e^{-qV_{DS}/kT}} \right], \text{ (Максвелл – Больцман / MB)} \quad (24)$$

$$\eta_{FS} = (E_{FS} - E_C(0))/kT, \quad \eta_{FD} = \eta_{FS} - qV_{DS}/kT.$$

Балістична швидкість впорскування та теплова швидкість

$$v_{inj}^{ball} = v_T \frac{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{I}_0(\eta_{FS})}, \quad (FD)$$

$$v_{inj}^{ball} = v_T, \quad (MB) \quad (25)$$

$$v_T = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}}.$$

Балістичний струм у лінійній області

$$I_{DLIN} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| \left( \frac{v_{inj}^{ball}}{2kT/q} \right) \frac{\mathfrak{I}_{-1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})} V_{DS}, \quad (FD)$$

$$I_{DLIN} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| \left( \frac{v_T}{2kT/q} \right) V_{DS}, \quad (MB) \quad (26)$$

а для струму насичення одержимо:

$$I_{DSAT} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball}, \quad (FD)$$

$$I_{DSAT} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_T. \quad (MB) \quad (27)$$

Нарешті, електронний заряд на вершині бар'єру

$$Q(V_{GS}, V_{DS}) = -q \frac{N_{2D}}{2} [\mathfrak{I}_0(\eta_{FS}) + \mathfrak{I}_0(\eta_{FD})], \quad (FD) \quad (28)$$

а для статистики Максвела – Больцмана інтеграли Фермі – Дірака просто зводяться до експонент.

Для врахування розсіяння, здавалося б, потрібно ці вирази просто помножити на коефіцієнт проходження  $T$ . Ми далі переконаємося, що це справді так для лінійного струму, але не для струму насичення й не для електронного заряду.

#### Лінійна область

Для обчислення лінійного струму з урахуванням розсіяння почнемо від виразу (21) для провідності. Для числа мод використаємо вираз (60) роботи [1]. Записуючи функції Фермі, враховуємо, що  $E_F \approx E_{FS} \approx E_{FD}$ . Після обчис-

лення інтегралу одержимо вираз, схожий на вираз (47) роботи [1], у якому потрібно лише замінити коефіцієнт проходження в дифузійному випадку  $\lambda_0/L$  на коефіцієнт проходження  $T$  як у вихідному виразі (21) для опису транспорту у всіх режимах від балістичного до дифузійного, а саме:

$$I_{DLIN} = T \left[ W \frac{2q^2}{h} \left( \frac{g_v \sqrt{2\pi m^* kT}}{2\pi \hbar} \right) \mathfrak{I}_{-1/2}(\eta_F) \right] V_{DS}. \quad (29)$$

Ми одержали таким чином фактично вираз для балістичного струму в лінійній області (формула (61) роботи [1]), помножений на коефіцієнт проходження  $T$ . Звернімо увагу на те що тут і в подальших формулах певну незручність викликає використання літери  $T$  для позначення двох величин: коефіцієнта проходження та температури. Проте їх легко розрізнити, бо температура скрізь входить до формул лише в добутку зі сталою Больцмана  $kT$ .

Вираз (29) справедливий для лінійної області MOSFET, який працює в будь-якому режимі від балістичного до дифузійного, однак, він виглядає дещо незвично порівняно з традиційним виразом (5) роботи [13]

$$I_{DLIN} = \frac{W}{L} \mu C_{ox} (V_{GS} - V_T) V_{DS}. \quad (30)$$

У цілковитій відповідності цих виразів один одному ми пересвідчимося пізніше.

#### Область насичення

Для обчислення струму в області насичення почнімо з виразу (20) і обчислимо інтеграл таким самим чином, як і в лінійному випадку вище. Остаточно одержимо вираз

$$I_{DSAT} = T W \frac{2q}{h} \left( \frac{g_v \sqrt{2\pi m^* kT}}{\pi \hbar} \right) kT \frac{\sqrt{\pi}}{2} \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_F), \quad (31)$$

що є виразом для балістичного струму в області насичення (64) роботи [1], помноженим на коефіцієнт проходження  $T$ . Вираз (31) справедливий для області насичення MOSFET, який працює в будь-якому режимі від балістичного до дифузійного, однак, виглядає він так само незвично порівняно з традиційним

виразом (7) роботи [13], що включає швидкість насичення

$$I_{DSAT} = W C_{ox} (V_{GS} - V_T) v_{sat}. \quad (32)$$

Зв'язок між цими виразами, одержаними в різних моделях, ми обговоримо пізніше.

#### Від лінійного струму до насичення

Для обчислення струму при будь-якому значенні напруги на стоку з урахуванням розсіювання починаємо з виразу (19) з обчисленням інтегралів так само, як і раніше. Остаточно одержимо

$$I_{DS} = T W \frac{q}{h} \left( \frac{g_v \sqrt{2\pi m^* kT}}{\pi \hbar} \right) kT [\mathfrak{Z}_{1/2}(\eta_{FS}) - \mathfrak{Z}_{1/2}(\eta_{FD})],$$

$$\eta_{FS} = [E_{FS} - E_c(0)]/kT, \quad \eta_{FD} = \eta_{FS} - qV_{DS}/kT. \quad (33)$$

Вираз (33) відрізняється від аналогічного результату для балістичного випадку (66) роботи [1] тільки множенням на коефіцієнт проходження  $T$ . Він переходить у вираз (29) для малих  $V_{DS}$  і в (31) для великих  $V_{DS}$ , в чому не складно переконатися. Ми бачимо, що струм стоку з урахуванням розсіювання відрізняється від попереднього виразу для балістичного струму тільки множенням на коефіцієнт проходження  $T$ . Якщо ж струм записати через електронний заряд, то ситуація виявиться не така проста, як ми зараз пересвідчимося.

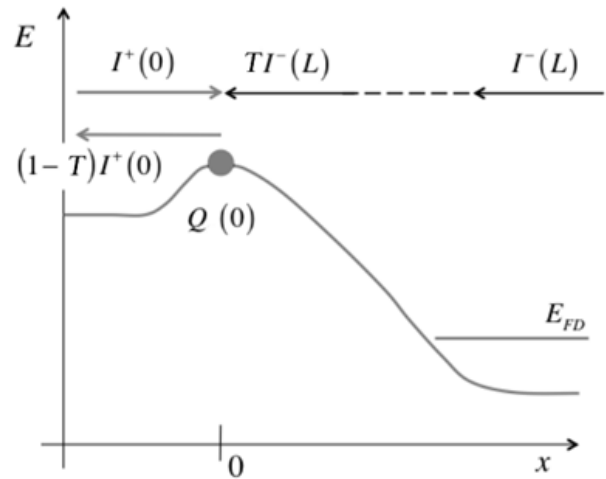
Насамкінець зауважимо: ми досі розглядали 2D електрони. Не складно вивести аналогічні формули для 1D електронів у NW MOSFET.

#### Вираз для струму через електронний заряд

Вираз (33) у моделі ЛДЛ справедливий для довільної напруги на стоці, але з нього не видно залежності від інверсного електронного заряду  $Q$ . Однак, завжди краще записувати струм через заряд  $Q$ , пов'язаний безпосередньо з електростатикою структури MOS. Для обчислення заряду  $Q$  потрібно ввести в розгляд потік електронів у додатному напрямі, інжектованих витоком, які заселяють стани з  $+v_x$  на вершині бар'єру, і потік електронів у від'ємному напрямку, інжектованих стоком, які заселяють стани з  $-v_x$  на вершині бар'єру. Для балістичних MOSFET ми отримали раніше формули для струму й заряду (вирази (69)

роботи [1]). Зараз вони зазнають змін через необхідність врахувати розсіювання назад, бо нам потрібно врахувати всі можливості заселення станів на вершині бар'єру. Як зображено на рис. 10, у нас, як і раніше, є балістичний потік, інжектований витоком, що заселяє стани на вершині бар'єру, але до нього додається й потік, розсіяний назад у напрямку витоку, а величина балістичного потоку, інжектованого стоком у напрямі вершини бар'єру, зменшується на коефіцієнт проходження. Таким чином, вираз для заряду (29) потрібно замінити на

$$Q(V_{GS}, V_{DS}) = -q \frac{N_{2D}}{2} [\mathfrak{Z}_0(\eta_{FS}) + (1-T)\mathfrak{Z}_0(\eta_{FS}) + T\mathfrak{Z}_0(\eta_{FD})]. \quad (34)$$



**Рис. 10. Заселеність станів на вершині бар'єру визначається трьома потоками електронів: з боку витоку, розсіяним назад до витоку, та з боку стоку, зменшеним на коефіцієнт проходження**

Перший доданок у виразі для заряду на вершині бар'єру (34) описує балістичний потік, інжектований витоком. Його величина залежить від значення електрохімічного потенціалу на витоку. Другий доданок описує вклад потоку, розсіяного назад у бік витоку. Цей потік теж бере свій початок на витоку, тому він залежить від електрохімічного потенціалу на витоку. Третій доданок описує балістичний потік, що бере початок на стоці, й тому залежить від електрохімічного потенціалу на стоці; цей потік зменшений на коефіцієнт проходження  $T$ .



Вирази (33) і (34) дозволяють тепер виразити струм через електронний заряд. Для цього (33) помножимо і поділимо на заряд  $Q$ , так що

$$I_{DS} = TW \frac{|Q|}{|Q|} \frac{q}{h} \left( \frac{g_v \sqrt{2\pi m^* kT}}{\pi \hbar} \right) kT [\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS}) - \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FD})], \quad (35)$$

а потім заряд у знаменнику замінимо виразом (34). Після нескладних алгебраїчних перетворень одержуємо такі остаточні результати з урахуванням розсіяння для струму, вираженого через електронний заряд, у всьому діапазоні зміни напруги на стоку:

$$I_{DS} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj} \left[ \frac{1 - \frac{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FD})}{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}}{1 + \frac{T}{2-T} \frac{\mathfrak{I}_0(\eta_{FD})}{\mathfrak{I}_0(\eta_{FS})}} \right],$$

$$Q = -q \frac{N_{2D}}{2} [\mathfrak{I}_0(\eta_{FS}) + (1-T)\mathfrak{I}_0(\eta_{FS}) + T\mathfrak{I}_0(\eta_{FD})],$$

$$v_{inj} = v_{inj}^{ball} \left( \frac{T}{2-T} \right), \quad (36)$$

$$v_{inj}^{ball} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{I}_0(\eta_{FS})} = v_T \frac{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{I}_0(\eta_{FS})},$$

$$\eta_{FD} = \eta_{FS} - qV_{DS}/kT.$$

Одержані вирази з урахуванням розсіяння можна порівняти з виразами (69) роботи [1] для балістичного струму. Оскільки  $T < 1$ , швидкість впорскування з урахуванням розсіяння назад  $v_{inj}$  менша від балістичної швидкості впорскування,  $v_{inj} < v_{inj}^{ball}$ , що призводить до струму, меншого порівняно з балістичним струмом.

Формули (36) можна спростити для невеликих і великих напруг на стоці таким самим чином, як було одержано вираз (70) роботи [1]. Для лінійної ділянки струму одержуємо

$$I_{DLIN} = W |Q(V_{GS})| T \frac{v_{inj}^{ball}}{2kT/q} \frac{\mathfrak{I}_{-1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})} V_{DS}, \quad (FD) \quad (37)$$

$$I_{DLIN} = W |Q(V_{GS})| T \frac{v_T}{2kT/q} V_{DS}, \quad (MB)$$

де обидві швидкості,  $v_{inj}^{ball}$  і  $v_T$ , потрібно брати з (25). Аналогічно одержуємо вирази для струму насичення:

$$I_{DSAT} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| \left( \frac{T}{2-T} \right) v_{inj}^{ball}, \quad (FD) \quad (38)$$

$$I_{DSAT} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| \left( \frac{T}{2-T} \right) v_T. \quad (MB)$$

При використанні статистики Фермі – Дірака потрібно знати розташування рівня Фермі. Знаходимо його з відомого значення електронного заряду з другого виразу в (36).

Ці результати, одержані з урахуванням розсіяння, порівняємо з балістичними результатами (26) та (27). Виявляється, що лінійний струм з урахуванням розсіяння відрізняється від лінійного балістичного струму тільки множенням на коефіцієнт проходження  $T$ , а струм насичення з урахуванням розсіяння можна записати з виразу для балістичного струму насичення помноживши його на  $T/(2-T)$ . Цю відмінність, пов'язану з балансом потоків (34), що визначають електронний заряд при врахуванні розсіяння, ми обговоримо нижче.

Вирази (36) описують цілісну вольтамперну характеристику MOSFET у моделі Ландауера-Датта-Лундстрорма (ЛДЛ) через електронний заряд на вершині бар'єру  $Q$  та коефіцієнт проходження  $T$ . Однак, ці вирази не так просто використати на практиці, бо коефіцієнт проходження  $T$  залежить від напруги на стоку  $V_{DS}$ , що ми обговоримо нижче.

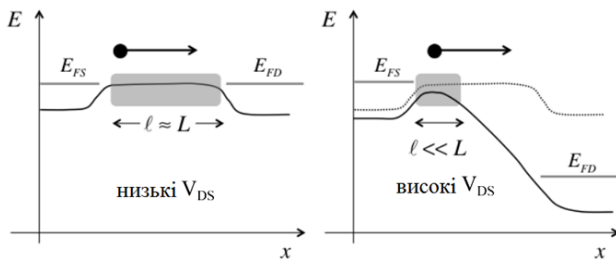
Вихідну характеристику ЛДЛ (36) можна обчислити так. Спершу обчислимо  $Q(V_{GS}, V_{DS})$  з електростатики структури MOS, використовуючи, наприклад, напівемпіричний вираз (46) з роботи [14]. Потім, знаючи значення  $Q$  у другому рівнянні (36), обчислюємо значення електрохімічного потенціалу витоку  $\eta_{FS}$ . Це створює певні проблеми, бо для цього нам потрібно знати значення коефіцієнту проходження  $T$  і зрозуміти, яким чином коефіцієнт проходження  $T(V_{GS}, V_{DS})$  залежить від прикладених напруг. Далі ми обчислюємо балістичну швидкість впорскування з четвертого з виразів (36), а потім швидкість впорскування з урахуванням розсіяння з третього з виразів (36). Нарешті, вираховуємо струм у точці  $(V_{GS}, V_{DS})$  з першого виразу. Основна проблема обчислень за цією моделлю полягає в тому, що досі немає достатньо добрих моделей для

оцінки  $T(V_{GS}, V_{DS})$ . Саме тому таке широке застосування знайшла напівемпірична модель віртуального витоку.

На практиці часто використовують невироджену максвел-больцманівську форму цих виразів. Це призводить до певної похибки, особливо вище від порогу, однак, невироджені вирази набагато простіші, тож доводиться обирати поміж простотою обчислень і точністю. Відзначмо, однак, що використання невиродженої статистики для III-V FET може призвести до завеликих похибок.

*Залежність коефіцієнту проходження від напруги на стоку*

Попри всю простоту запропонованої вище моделі MOSFET на практиці виникає питання: як саме слід враховувати залежність коефіцієнту проходження від напруги на стоку. Фізичну причину цієї залежності  $T$  від  $V_{DS}$  розкриває рис. 11.



**Рис. 11.** Фізична причина виникнення залежності коефіцієнту проходження від напруги на стоку. Середню довжину вільного пробігу в «сирій зоні» в обох випадках вважаємо рівною  $\lambda_0$

За низької напруги на стоку електричне поле невелике вздовж усього каналу провідності. Як ми вже показали вище, проходження визначається довжиною низькопольової частини каналу, тож за низької стокової напруги

$$T_{LIN} = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + L}. \quad (39)$$

За високої напруги на стоку в ефективному транзисторі низькопольова область – невелика, завдовжки  $\ell$  на самому початку каналу провідності. Високопольова область каналу працює

при цьому як майже ідеальний колектор електронів з  $T \approx 1$ , бо, попри наявність розсіювання, сильне поле «виносить» урешті-решт електрони на стік. Як ми вже показали раніше, проходження каналу в цьому випадку визначається довжиною низькопольової ділянки, тож для високих напруг на стоку

$$T_{SAT} = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \ell}. \quad (40)$$

Таким чином, ми бачимо, що  $T_{SAT} > T_{LIN}$ , бо  $\ell \ll L$ . За високої напруги на стоці електрони в високопольовій області каналу провідності мають більший запас енергії і розсіюються більш інтенсивно, ніж за низьких  $V_{DS}$ . Однак, коефіцієнт проходження вищий для високих  $V_{DS}$  і через транзистор іде струм, близький до балістичної межі.

Розрахунок довжини низькопольової області каналу в залежності від напруги на затворі й на стоці потребує, взагалі кажучи, самоузгодженого розв'язання задачі електростатики за наявності потоку електронів [9, 12]. Коли профіль каналу  $E_C(x)$  відомий, критичну довжину  $\ell$  можна розрахувати [10, 15, 16]. Альтернативним підходом може бути використання емпіричної функції насичення стоку й швидкості впорскування в моделі віртуального витоку.

Наведемо числові параметри обговорюваних величин на прикладі ETSOI MOSFET з довжиною каналу  $L = 25\text{ нм}$  [17]. Параметри транзистора при  $300\text{ K}$  такі [18]:

$$v_{inj} = 0.82 \times 10^7 \text{ см/с}, \\ \lambda_0 = 10.5 \text{ нм}.$$

Використаємо також значення  $v_T = 1.2 \times 10^7 \text{ см/с}$ , відповідно до формули (15) роботи [19].

Для  $T_{LIN}$  згідно з (39) одержуємо:

$$T_{LIN} = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + L} = \frac{10.5}{10.5 + 25} = 0.33.$$

Для розрахунку  $T_{SAT}$  використаємо третій з виразів (36):

$$T_{SAT} = \frac{2}{1 + v_T/v_{inj}} = 0.8.$$

Як і слід було очікувати, проходження набагато вище за високої напруги на стоці. Довжину критичної області  $\ell$  знаходимо з виразу (40):

$$\ell = \lambda_0 \left( \frac{1}{T_{SAT}} - 1 \right) = 2.6 \text{ нм} \ll L.$$

Таким чином, довжина «вузького горла» на вершині бар'єру, що обмежує струм, складає приблизно 10% від довжини каналу провідності.

Може видатися дивним, що лінійний струм з урахуванням розсіяння (37) відрізняється від балістичного струму множителем  $T$ , тоді як струм насичення (38) – множителем  $T/(2-T)$ . Причиною цього в кінцевому підсумку є електростатика MOS, а пояснення може дати розгляд ситуації високої напруги на стоці з нехтовно малим впорскуванням електронів на вершину бар'єру з боку стоку.

Розглянемо спершу балістичну ситуацію, зображену на рис. 12 згори. Струм  $I_{ball}^+$  впорскується витоком. У цьому випадку заряд на вершині бар'єру формується тільки електронами, інжектованими витоком. Оскільки струм – це добуток заряду на швидкість, то заряд на вершині бар'єру, в припущенні статистики Максвелла – Больцмана,

$$\underline{Q}|_{x=0} = -\frac{I_{ball}^+}{W v_T}. \quad (41)$$

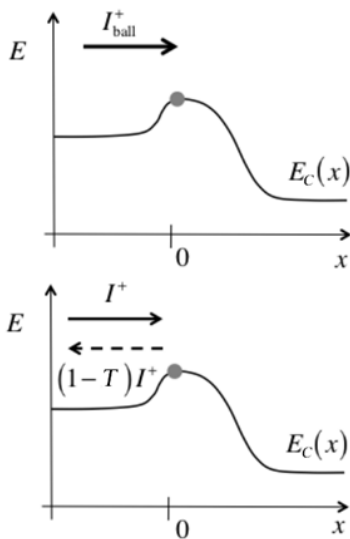


Рис. 12. Інжектований і розсіяний назад потік електронів при високій напрузі на стоці: балістична ситуація (згори) та ситуація з розсіянням назад (знизу)

Тепер розглянемо ситуацію з зарядом за наявності розсіяння. Як зображено на рис. 12 знизу, заряд на вершині бар'єру формується двома потоками електронів: потоком з боку витоку з додатними швидкостями і зворотним потоком електронів з від'ємними швидкостями, тож сумарний заряд

$$\underline{Q}|_{x=0} = -\frac{I^+ + (1-T_{SAT})I^+}{W v_T} = -\frac{(2-T_{SAT})I^+}{W v_T}. \quad (42)$$

В ефективному транзисторі електронний заряд на вершині бар'єру  $\underline{Q}|_{x=0}$  визначається переважно електростатикою MOS і не повинен залежати від режиму транспорту: заряд у балістичних умовах (41) повинен бути таким самим, як і при врахуванні розсіяння (42). Прирівнюючи ці заряди, знаходимо, що

$$I^+ = \frac{I_{ball}^+}{(2-T_{SAT})}. \quad (43)$$

При врахуванні розсіяння  $T < 1$ , тож менший інжектований потік електронів створює на вершині такий самий електронний заряд  $\underline{Q}|_{x=0}$ .

Струм стоку більший від інжектованого струму в  $T$  разів, і тому для балістичного випадку з  $T = 1$  одержуємо

$$I_{DS}^{ball} = I^+ = I_{ball}^+, \quad (44)$$

а для струму  $I_{DS}$  в загальному випадку ( $T < 1$ ) з урахуванням (43) маємо

$$I_{DS} = T_{SAT} I^+ = \frac{T_{SAT}}{(2-T_{SAT})} I_{ball}^+. \quad (45)$$

Тож врахування ролі електростатики MOS призводить до того, що струм насичення в умовах розсіяння дорівнює балістичному струму насичення, помноженому на  $T/(2-T)$ .

Обговоримо також фізичний зміст поняття рухливості в нанорозмірних MOSFET. Згідно з виразом (50) роботи [1], рухливість пропорційна до середньої довжини вільного пробігу. В транспортній теорії поняття рухливості добре визначене поблизу рівноваги в масивному провіднику з довжиною, що в багато разів перевищує середню довжину вільного пробігу [2]. В сучасних транзисторах довжина каналу провідності того ж порядку величин, що й се-

редня довжина вільного пробігу, і при високій напрузі на стоці електрони далекі від стану рівноваги. Тим не менше, практика показує, що квазірівноважна рухливість надійно описує функціонування нанорозмірних транзисторів.

Яке значення має поняття рухливості для нанорозмірних MOSFET? Як ми вже обговорювали у зв'язку з рис. 11, майже рівноважна середня довжина вільного пробігу  $\lambda_0$  контролює струм у всьому діапазоні зміни напруг на стоку. Нехай рівноважний потік електронів впорскується витоком. За низької напруги на стоці ці електрони залишаються квазірівноважними у всьому каналі провідності. За високої напруги на стоці електрони набувають кінетичну енергію, їхня швидкість розсіювання збільшується, а середня довжина вільного пробігу зменшується. Однак, як ми вже пересвідчилися, саме низькопольова область каналу відповідає за проходження. Електрони квазірівноважні в цій області каналу провідності, їхня середня довжина вільного пробігу контролює струм як за низьких, так і за високих напруг на стоку.

Експериментально підтверджену кореляцію між функціональністю нанотранзисторів та рухливістю можна пояснити тим, що рухливість пропорційна квазірівноважній середній довжині вільного пробігу, яка й контролює струм нанотранзистора від низьких до високих значень напруг на стоці. Звісно, це надто спрощений аргумент. У короткоканальних транзисторах можуть відбуватися перепади механічних напруг і рівня легування, тож електрони не перебувають точно в рівновазі. В дуже коротких каналах електрони, які входять у канал з боку витоку, можуть збудити плазмові коливання поблизу витоку, які знизять середню довжину вільного пробігу [17, 20]. Такий ефект спостерігається експериментально, однак, твердження про те, що струм за високої напруги на стоці надійно корелює з квазірівноважною рухливістю, як видається, цілком відповідає сформованим уявленням про фізику процесів у нанотранзисторах і призводить до достатньо точних результатів на практиці.

Підіб'ємо підсумки. Ми докладно розглянули якісну картину явищ розсіювання електронів у каналі провідності нанотранзисторів і сформу-

лювали найважливіші результати через набір формул (18), у якому ключовим є поняття коефіцієнту проходження  $T(E)$ , який записується через середню довжину вільного пробігу щодо розсіювання назад  $\lambda(E)$  і довжину каналу провідності  $L$ . Далі узагальнена теорія електронного транспорту Ландауера – Датта – Лундстрорма дозволила побудувати модель проходження MOSFET з урахуванням розсіювання електронів. Обмеження, накладені електростатикою MOS, враховано в виразі Ландауера для струму (19). Наслідком стала модель проходження MOSFET, записана через зведення формул (36) для лінійної області та області насичення вихідної характеристики нанотранзистора, яку корисно порівняти з балістичною моделлю MOSFET (вираз (69) роботи [1]). Якщо транзистор працює в підпороговому режимі, можна скористатися невинродженою статистикою. Однак, у режимі вище від порогу зона провідності в точці вершини бар'єру близька до рівня Фермі, чи навіть нижча від нього, тож потрібно використовувати статистику Фермі – Дірака. Тим не менше, в теорії пристроїв зі структурою MOS зазвичай використовують невинроджену статистику Максвелла – Больцмана, бо це суттєво спрощує розрахунки, призводить до простіших формул і робить теорію зрозумілішою. На практиці так само зазвичай декотрі параметри транзистора не відомі з достатньою точністю, і за використання невинродженої статистики їх можна розглядати як параметри припасування, забезпечуючи тим цілком прийнятні результати.

Отримані вирази добре узгоджуються з фізикою процесів у лінійній області та в області насичення, але для всього діапазону змін напруги на стоці ми не маємо достатньо надійної моделі для опису залежності  $T(V_{DS})$ . Далі буде показано, як можна об'єднати модель проходження та модель віртуального витоку й таким чином вийти на моделювання всієї цілісної вихідної характеристики MOSFET.

Увесь цей цикл статей став наслідком прослуховування проф. Юрієм Олексійовичем Кругляком курсу лекцій «Fundamentals of Nanotransistors» [5], прочитаних он-лайн в 2016 році проф. Марком Лундстромом (Mark Lundstrom), в рамках ініціативи Purdue



University / nanoHUB-U [www.nanohub.org/u]. На жаль, після відходу проф. Юрія Кругляка завершувати статтю припало вже другому співавторові, який використав при цьому залишені Юрієм Олексійовичем чернетки та власні напрацювання авторського курсу «Фізика конденсованого середовища», що він упродовж останніх років читає для магістрів факультету радіофізики, електроніки і комп'ютерних систем Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

### Список використаної літератури

- [1]. Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha. *Sensorna elektronika i mikrosystemni tekhnolohii*. **16**, No 4, 5 – 26 (2019).
- [2]. M. Lundstrom, *Fundamentals of Carrier Transport* (Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press: 2000).
- [3]. M. Lundstrom, C. Jeong, *Near-equilibrium transport. Fundamentals and Applications* (Singapore: World Scientific: 2013).
- [4]. Yu. A. Kruglyak, *Nanoehlektronika «snizu – vverh»* (Odessa: TES: 2015).
- [5]. M. Lundstrom, *Fundamentals of Nanotransistors* (Singapore: World Scientific: 2018); [www.nanohub.org/courses/NT](http://www.nanohub.org/courses/NT).
- [6]. P. A. M. Dirac, *Proc. Royal Soc. A*, **114**, 243 – 265 (1927).
- [7]. E. Fermi, *Nuclear Physics* (Chicago: Univ. of Chicago Press: 1950).
- [8]. P. J. Price, *Semiconductors and Semimetals*, **14**, 249 – 308 (1979).
- [9]. P. Palestri, D. Esseni, S. Eminent, C. Fiegna, E. Sangiorgi, L. Selmi, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **52**: 2727 – 2735 (2005).
- [10]. R. Clerc, P. Palestri, L. Selmi, G. Ghibaudo, *J. Appl. Phys.*, **110**, 104502 (2011).
- [11]. Changwook Jeong, Raseong Kim, M. Luisier, S. Datta, M. Lundstrom, *J. Appl. Phys.*, **107**, 023707 (2010).
- [12]. M. V. Fischetti, T. P. O'Regan, N. Sudarshan, C. Sachs, S. Jin, J. Kim, Y. Zhang, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **54**: 2116 – 2136 (2007).
- [13]. Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha. *Sensorna elektronika i mikrosystemni tekhnolohii*. **16**, No 1, 7 – 40 (2019).
- [14]. Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha. *Sensorna elektronika i mikrosystemni tekhnolohii*. **16**, No 3, 19 – 41 (2019).
- [15]. G. Gildenblat, *J. Appl. Phys.*, **91**, 9883 – 9886 (2002).
- [16]. S. Rakheja, M. Lundstrom, D. Antoniadis, *Intern. Electron Dev. Mtg. (IEDM), Technical Digest*, 35.1.1 – 35.1.4 (2014).
- [17]. T. Uechi, T. Fukui, N. Sano, *Phys. Status Solidi C*, **5**, 102 – 106 (2008).
- [18]. A. Majumdar, D. A. Antoniadis, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **61**: 351 – 358 (2014).
- [19]. Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha. *Sensorna elektronika i mikrosystemni tekhnolohii*. **17**, No 1, 4 – 20 (2020).
- [20]. M. V. Fischetti, S. E. Laux, *J. Appl. Phys.*, **89**, 1205 – 1231 (2001).

Стаття надійшла до редакції 06.05.2020 р.

PACS numbers: 71.15.Mb, 71.20.-b, 73.22.Pr, 73.23.Ad, 84.32.Ff, 85.35.-p

DOI: <https://doi.org/10.18524/1815-7459.2020.2.205822>

## PHYSICS OF NANOTRANSISTORS: ELECTRON SCATTERING AND MOSFET TRANSMISSION MODEL

Yu. A. Kruglyak, M. V. Strikha\*

Odesa State Environmental University,

Faculty of Computer Sciences

15 Lvivska Str, Odesa, Ukraine

\* Taras Shevchenko Kyiv National University

Faculty of Radiophysics, Electronics and Computer Sciences,

4g Hlushkov Av, Kyiv, Ukraine, phone (044) 526 0532

V. E. Lashkaryov Institute of Semiconductor Physics, NAS of Ukraine,

41 Nauky Av, Kyiv, Ukraine, phone (044) 525 6033

*E-mail: maksym.strikha@gmail.com*

### Summary

In the seventh one from the line our new tutorial reviews, directed to serve students, university teachers and researchers, a qualitative picture of electron scattering phenomena in the conduction channel of nanotransistors was considered in detail and important results were formulated in the form of a summary of formulas (18). The concept of the transmission coefficient  $T(E)$  expressed through the mean free path  $\lambda(E)$  and the conduction channel length  $L$  is a key one in our examination. Later the generalized Landauer – Datta – Lundstrom transport theory made it possible to construct a model for the transmission of a MOSFET with allowance for the scattering of electrons. The limitations imposed by MOS electrostatics are taken into account in the Landauer expression for the current (19). The result was a model for passing the MOSFET in the form of a summary of formulas (36) for calculating the linear region and saturation region of the output characteristic of a nanotransistor, which can be compared with the ballistic model of MOSFET (69/[1]). If the transistor operates in a subthreshold mode, one can use nondegenerate statistics. However, in the regime above the threshold, the conduction band at the top of the barrier is close to or even below the Fermi level, so we need to use the Fermi – Dirac statistics. Nevertheless, it has become a practice in the theory of MOS devices to use the non-degenerate Maxwell – Boltzmann statistics, since it greatly simplifies calculations, leads to simpler formulas, and makes the theory more understandable. In practice, also usually some parameters of the transistor are not known with sufficient accuracy, and in the case of using nondegenerate statistics they can be considered as fitting parameters, providing quite acceptable results. The equations obtained are in good agreement with the physics of processes both in the linear region and in the saturation region; however, for the whole region of voltage variation in the drain we do not have a sufficiently reliable model for the dependence  $T(V_{DS})$ . Next, we show how you can combine the transmission model and the virtual source model, and thus go to simulate the entire MOSFET output characteristic.

**Keywords:** nanoelectronics, field effect transistor, MOSFET, LDL model, transistor metrics, electron scattering, transmission model

## ФІЗИКА НАНОТРАНЗИСТОРІВ: РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОНІВ І МОДЕЛЬ ПРОХОДЖЕННЯ MOSFET

Ю. О. Кругляк, М. В. Стріха\*

Одеський державний екологічний університет,  
факультет комп'ютерних наук,  
вул. Львівська, 15, Одеса, Україна

\* Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,  
факультет радіофізики, електроніки і комп'ютерних систем,  
пр. Глушкова, 4г, Київ, Україна, тел. (044) 526 0532;  
Інститут фізики напівпровідників ім. В. Є. Лашкарьова НАН України,  
пр. Науки, 41, Київ, Україна, тел. (044) 525 6033,  
*E-mail: maksym\_strikha@hotmail.com*

### Реферат

У сьомій із нової серії методично-оглядових статей, орієнтованих на дослідників, студентів, аспірантів та викладачів вищої школи, ми докладно розглянули якісну картину явищ розсіяння електронів у каналі провідності нанотранзисторів і сформулювали найважливіші результати через набір формул (18). У цьому розгляді ключовим є поняття коефіцієнту проходження  $T(E)$ , який записується через середню довжину вільного пробігу щодо розсіяння назад  $\lambda(E)$  і довжину каналу провідності  $L$ . Далі узагальнена теорія електронного транспорту Ландауера – Датта – Лундстрема дозволила побудувати модель проходження MOSFET з урахуванням розсіяння електронів. Обмеження, накладені електростатикою MOS, враховано в виразі Ландауера для струму (19). Наслідком стала модель проходження MOSFET, записана через зведення формул (36) для лінійної області та області насичення вихідної характеристики нанотранзистора, яку корисно порівняти з балістичною моделлю MOSFET (вираз (69) роботи [1]). Якщо транзистор працює в підпороговому режимі, можна скористатися невинродженою статистикою. Однак, у режимі вище від порогу зона провідності в точці вершини бар'єру близька до рівня Фермі, чи навіть нижча від нього, тож потрібно використовувати статистику Фермі – Дірака. Тим не менше, в теорії пристроїв зі структурою MOS зазвичай використовують невинроджену статистику Максвелла – Больцмана, бо це суттєво спрощує розрахунки, призводить до простіших формул і робить теорію зрозумілішою. На практиці так само зазвичай декотрі параметри транзистора не відомі з достатньою точністю, і за використання невинродженої статистики їх можна розглядати як параметри припасування, забезпечуючи тим цілком прийнятні результати.

Отримані вирази добре узгоджуються з фізикою процесів у лінійній області та в області насичення, але для всього діапазону змін напруги на стоці ми не маємо достатньо надійної моделі для опису залежності  $T(V_{DS})$ . Далі буде показано, як можна об'єднати модель проходження та модель віртуального витоку й таким чином вийти на моделювання всієї цілісної вихідної характеристики MOSFET.

**Ключові слова:** наноелектроніка, польовий транзистор, MOSFET, модель ЛДІ, метрика транзисторів, розсіювання електронів, модель проходження