

НАНОСЕНСОРИ (ФІЗИКА, МАТЕРІАЛИ,
ТЕХНОЛОГІЯ)
NANOSENSORS (PHYSICS, MATERIALS,
TECHNOLOGY)

УДК 621.315.592

PACS 73.21La, 73.20Hb, 78.67Hc

СИЛИ ОСЦИЛЯТОРА МІЖЗОННИХ КВАНТОВИХ ПЕРЕХОДІВ У
БАГАТОШАРОВИХ КВАНТОВИХ ТОЧКАХ З ДОМІШКОЮ

В. А. Головацький, І. Б. Франків, О. М. Войцехівська

*Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
м. Чернівці, вул. Коцюбинського 2, тел.80372244816, e-mail: ktf@chnu.edu.ua*

СИЛИ ОСЦИЛЯТОРА МІЖЗОННИХ КВАНТОВИХ ПЕРЕХОДІВ У
БАГАТОШАРОВИХ КВАНТОВИХ ТОЧКАХ З ДОМІШКОЮ

В. А. Головацький, І. Б. Франків, О. М. Войцехівська

Анотація. Варіаційним методом у наближенні ефективної маси досліджено спектр і хвильові функції електронів та дірок в багатошарових сферичних квантових точках з воднеподібною донорною домішкою. Розраховано еволюцію залежностей розподілу густини ймовірності знаходження квазічастинок в системі від положення зарядженої домішки в багатошарових квантових точках різного типу. Отримано залежності сил осциляторів міжзонних квантових переходів у різних сферичних наносистемах від положення домішки. Показано, що домішка, розміщена в центрі квантової точки, а також в бар'єрному шарі наносистеми мало змінює інтенсивність міжзонних квантових переходів. Найбільший вплив на значення сили осцилятора квантового переходу між найнижчими станами електрона та дірки спостерігається для багатошарових квантових точок з ядром, що утворює потенціальний бар'єр та зарядженою домішкою, поміщеною в потенціальній ямі сферичної оболонки наносистеми. В таких наносистемах залишається відчутний вплив зовнішніх зарядів на інтенсивність міжзонних переходів. Це створює перспективи створення на їх основі сенсорів нового типу.

Ключові слова: багатошарова квантова точка, енергетичний спектр, сили осцилятора, домішка

OSCILLATOR STRENGTHS OF INTERBAND TRANSITIONS IN MULTILAYER QUANTUM DOTS WITH IMPURITY

V. A. Holovatsky, I. B. Frankiv, O. M. Voitsehivska

Abstract. The theoretical investigation is performed using the variational method in the approximation of effective mass. The energies and wave functions of the electron and hole ground states are calculated as functions of the position of hydrogen-like donor impurity in multi-shell spherical quantum dots. The different potential profiles of spherical nanosystems are studied. The dependences of the oscillator strength of interband transitions in different spherical nanosystems are obtained as functions of impurity position. It is shown weak influence of central or external impurity on oscillator strengths of interband transitions. It is proven that the maximal influence of impurity on the intensity of interband quantum transitions in multi-shell quantum dots is observed in the case of their location inside the potential well in the system, the core of which creates the potential barrier. For such systems even outer charges essentially influence on the intensities of interband quantum transitions. The results are promising for new type of sensors creation.

Keywords: quantum dot-quantum-well, energy spectrum, oscillator strength, impurity

СИЛЫ ОСЦИЛЛЯТОРА МЕЖЗОННЫХ КВАНТОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В МНОГОСЛОЙНЫХ КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ С ПРИМЕСЬЮ

В. А. Головацкий, И. Б. Франкив, О. Н. Войцеховская

Аннотация. Вариационным методом в приближении эффективной массы исследован спектр и волновые функции электронов и дырок в многослойных сферических квантовых точках с водородоподобной донорной примесью. Расчитано эволюцию зависимостей распределения плотности вероятности нахождения квазичастиц в системе от положения заряженной примеси в многослойных квантовых точках различного типа. Получено зависимости сил осцилляторов межзонных квантовых переходов в разных сферических наносистемах от положения примеси. Показано, что примесь, расположенная в центре квантовой точки, а также в барьерном слое наносистемы мало изменяет интенсивность межзонных квантовых переходов. Наибольшее влияние на значение силы осциллятора квантового перехода между основными состояниями электрона и дырки наблюдается для многослойных квантовых точек с ядром, образующим потенциальный барьер и заряженной примесью, помещенной в потенциальной яме сферической оболочки наносистемы. Для наносистем такого типа остается ощутимое влияние внешних зарядов на интенсивность межзонных переходов. Это создает перспективы создания на их основе сенсоров нового типа.

Ключевые слова: многослойная квантовая точка, энергетический спектр, силы осциллятора, примесь

Вступ

Сучасні нанотехнології дозволяють створювати нові прилади, які використовують особливості енергетичних спектрів низькорозмірних напівпровідникових систем. Наявність домішок в напівпровідникових структурах суттєво впливає на оптичні, електричні і магнітні

властивості і, таким чином, змінює фізичні характеристики створених на їх основі приладів.

В останні роки особливий інтерес дослідників викликають багаточарові сферичні наноструктури, які складаються з ядра та декількох сферичних оболонок. Ці наносистеми вирощують хімічними колоїдними методами

на основі CdS, CdSe, ZnS, ZnSe, HgS та інших напівпровідникових матеріалів.

Багатошарові наноструктури мають перспективи широкого застосування в медицині та електроніці. На основі багатошарових квантових точок (КТ) можливе створення флуоресцентних міток з високим квантовим виходом та біосенсорів для визначення величини рН та розподілу іонів у водних розчинах [1-2].

Використовуючи можливості гнучкого впливу на енергії міжзонних квантових переходів, які відбуваються в ядрі та оболонках багатошарових квантових точок, можливе вирощування наноструктур, що одночасно випромінюють світло різних кольорів. Такі наноструктури можуть бути основою нових вискоелективних джерел білого світла [3].

Теоретичні дослідження енергетичних спектрів багатошарових квантових точок виконуються вже більше десяти років багатьма авторами в рамках різних теоретичних моделей [4-9]. При розрахунках енергій квантових переходів враховувалась електрон-діркова взаємодія, вплив поляризаційних зарядів на межах поділу середовищ з різною діелектричною проникністю та електрон-фононна взаємодія. Вплив домішок на енергетичний спектр багатошарових квантових точок у більшості робіт розраховувався лише в рамках сферично симетричної моделі центрально розміщеної домішки [5-7]. Малодослідженим залишається вплив нецентральної домішки та зовнішніх зарядів на оптичні характеристики багатошарових сферичних наносистем. Розрахунки показують, що точковий елементарний заряд, розташований зовні квантової точки мало впливає на енергії квантових переходів між рівнями розмірного квантування, але суттєво впливає на розподіл густини ймовірності знаходження квазічастинок в квантовій точці, що проявляється у значній зміні інтенсивності міжзонних квантових переходів. Дослідження впливу зовнішніх зарядів та домішок на оптичні спектри багатошарових наносистем важливі для створення наносенсорів нового типу, удосконалення напівпровідникових біомаркерів та джерел білого світла.

У даній роботі такі теоретичні дослідження виконуються на основі квантових точок різного типу: CdS/ZnS/SiO₂ – КТ з потенціальною ямою в центрі та ZnS/CdS/SiO₂ – КТ з ядром, що утворює потенціальний бар'єр, оточений сферичною потенціальною ямою.

2. Рівняння Шредінгера та його розв'язки для електрона та дірки у багатошаровій сферичній наносистемі з донорною домішкою

Розглянемо сферичну багатошарову наносистему, що складається з ядра (середовище 0), сферичної оболонки (середовище 1) та напівпровідникової матриці (середовище 2) (рис.1). На відстані r_{imp} від центра КТ знаходиться донорна домішка. Систему координат виберемо так, щоб її початок збігався з центром КТ, а вісь Oz проходила через положення домішки. За початок відліку енергії виберемо положення дна зони провідності напівпровідникового матеріалу CdS.

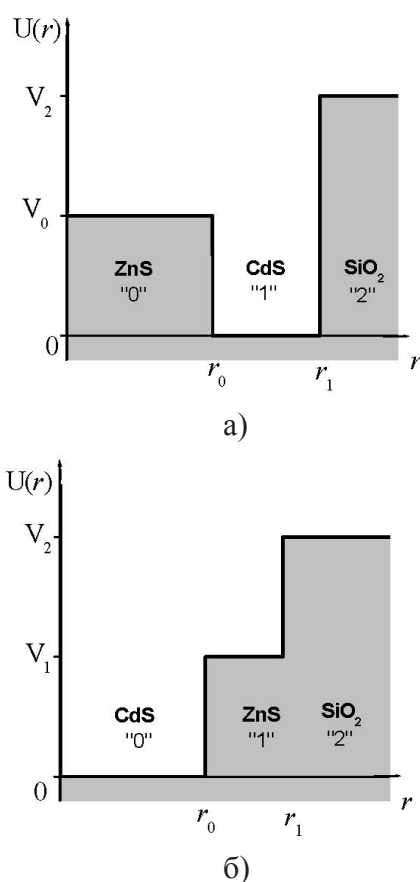


Рис.1. Схема потенціальної енергії електрона в двохшаровій квантовій точці: а) ZnS/CdS/SiO₂, б) CdS/ZnS/SiO₂.

Рівняння Шредінгера для електрона та дірки, що взаємодіють між собою матиме вигляд:

$$H_e \Psi_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) + H_h \Psi_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) - \frac{e^2}{\varepsilon |\vec{r}_e - \vec{r}_h|} \Psi_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = E \Psi_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h). \quad (1)$$

У початковому наближенні у випадку сильного розмірного квантування, нехтуючи взаємодією квазічастинок між собою, отримуємо рівняння для електрона та дірки, що взаємодіють з домішкою:

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{1}{\mu(r)} \nabla^2 \Psi_{nl}^{e,h}(\vec{r}) + [U_{e,h}(r) \mp \frac{e^2}{\varepsilon |\vec{r} - \vec{r}_{imp}|}] \Psi_{nl}^{e,h}(\vec{r}) = E_{nl}^{e,h} \Psi_{nl}^{e,h}(\vec{r}), \quad (2)$$

де

$$\mu(r) = \begin{cases} m_0^{e,h}, & r \leq r_0, \\ m_1^{e,h}, & r_0 < r \leq r_1, \\ m_2^{e,h}, & r < r_1 \end{cases} \quad U_{e,h}(r) = \begin{cases} V_0^{e,h}, & r \leq r_0, \\ V_1^{e,h}, & r_0 < r \leq r_1, \\ V_2^{e,h}, & r < r_1 \end{cases}. \quad (3)$$

Знак “-” – у випадку електрона, а “+” – дірки. Величина ε у загальному випадку є функцією координат квазічастинки, домішки та радіуса КТ і відіграє роль ефективної діелектричної проникності, що враховує особливості кулонівської взаємодії в неоднорідному діелектричному середовищі. Аналітичний вигляд цієї функції складний, його можна отримати з розв’язку рівняння Пуассона. З фізичних міркувань зрозуміло, що значення цієї функції плавно змінюється між величинами діелектричних проникностей напівпровідникових матеріалів ядра ε_0 , оболонки ε_1 квантової точки та матриці ε_2 і ближче до значення діелектричної проникності того матеріалу, який у більшій мірі екранує взаємодію між електроном та домішкою. У випадку великої відмінності між діелектричними проникностями різних шарів наносистеми необхідно врахову-

вати поляризаційні заряди на межах поділу середовищ.

Для основних станів електрона та дірки варіаційні функції вибираємо у вигляді добутку хвильових функцій основного стану квазічастинки в сферичній КТ без домішки $\Phi_{10}^{e,h}(r)$ та експоненційного множника, що описує кулонівську взаємодію квазічастинки з донорною домішкою.

$$\Psi_{10}^{e,h}(\vec{r}) = A \Phi_{10}^{e,h}(r) \exp(\mp \lambda_{e,h} |\vec{r} - \vec{r}_{imp}|), \quad (4)$$

де A - коефіцієнт нормування, а $\lambda_{e,h}$ – варіаційний параметр.

Хвильова функція електрона та дірки в наносистемі, зображеній на рис. 1а) має вигляд:

$$\Phi_{10}^{e,h}(r) = \begin{cases} A_0 \sinh(\chi_{10}^{e,h} r) / r, & r < r_0 \\ A_1 \sin(k_{10}^{e,h} r) / r + B_1 \cos(k_{10}^{e,h} r) / r, & r_0 \leq r \leq r_1 \\ A_2 \exp(-K_{10}^{e,h} r) / r, & r \geq r_1 \end{cases} \quad (5)$$

$$\chi_{10}^{e,h} = \sqrt{\frac{2m_0^{e,h}(V_0 - E_{10}^{e,h})}{\hbar}}, \quad \text{де}$$

$$k_{10}^{e,h} = \sqrt{\frac{2m_1^{e,h} E_{10}^{e,h}}{\hbar}}, \quad K_{10}^{e,h} = \sqrt{\frac{2m_2^{e,h}(V_2 - E_{10}^{e,h})}{\hbar}}$$

Хвильова функція електрона та дірки в наносистемі, зображеній на рис. 1б):

$$\Phi_{10}^{e,h}(r) = \begin{cases} A_0 \sin(k_{10}^{e,h} r) / r, & r < r_0 \\ A_1 \exp(\chi_{10}^{e,h} r) / r + B_1 \exp(-\chi_{10}^{e,h} r) / r, & r_0 \leq r \leq r_1 \\ A_2 \exp(-K_{10}^{e,h} r) / r, & r \geq r_1 \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{де } k_{10}^{e,h} = \sqrt{\frac{2m_0^{e,h} E_{10}^{e,h}}{\hbar}}, \quad \chi_{10}^{e,h} = \sqrt{\frac{2m_1^{e,h}(V_1 - E_{10}^{e,h})}{\hbar}},$$

$$K_{10}^{e,h} = \sqrt{\frac{2m_2^{e,h}(V_2 - E_{10}^{e,h})}{\hbar}}.$$

Енергії основного стану електрона та дірки $E_{10}^{e,h}$ та коефіцієнти A_1, B_1, A_2 для кожної наносистеми визначаються з умов неперервності відповідних хвильових функцій та густин потоків ймовірності на межах поділу середовищ [4], коефіцієнт A_0 – з умови нормування.

Енергії основного стану електрона та дірки в КТ з домішкою знаходимо з мінімуму функціоналу:

$$E_{10}^{e,h} = \min_{\lambda_{e,h}} \iiint \psi_{10}^{e,h*}(\vec{r}) H_{e,h} \psi_{10}^{e,h}(\vec{r}) d^3\vec{r}. \quad (7)$$

Достовірність результатів, отриманих варіаційним методом, перевірена для простої квантової точки шляхом їх співставлення з точними розв'язками рівняння Шредінгера у випадку центральної домішки та наближеними розв'язками, отриманими методом теорії збурень у двох граничних випадках: при невеликому зміщенні домішки від центру та при слабкій кулонівській взаємодії для домішки, розташованої ззовні квантової точки [10].

Для врахування електрон-діркової взаємодії побудуємо варіаційну функцію екситона у вигляді добутку хвильових функцій електрона та дірки, взаємодіючих з домішкою (4) та множника, що описує їх кулонівську взаємодію $e^{\lambda|\vec{r}_e - \vec{r}_h|}$.

$$\Psi_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = B \Psi_{10}^e(\vec{r}_e) \Psi_{10}^h(\vec{r}_h) e^{-\lambda|\vec{r}_e - \vec{r}_h|}, \quad (8)$$

де B – коефіцієнт нормування, а λ – варіаційний параметр.

Варіаційний параметр λ та енергія міжзонного переходу між основними станами електрона та дірки з врахування енергії зв'язку екситона знаходиться з мінімізації функціоналу:

$$E_{ex} = \min_{\lambda} \iiint \psi_{ex}^*(\vec{r}_e, \vec{r}_h) H \psi_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) d\vec{r}_e d\vec{r}_h, \quad (9)$$

де

$$H = H_e + H_h - \frac{e^2}{\varepsilon|\vec{r}_e - \vec{r}_h|}. \quad (10)$$

Для уточнення енергії міжзонного переходу E_{ex} та хвильової функції $\Psi_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$ необхідно виконати мінімізацію функціоналу (9) одночасно за трьома варіаційними параметрами: $\lambda_e, \lambda_h, \lambda$.

3. Результати розрахунків сил осциляторів міжзонних переходів у багатошарових КТ з донорною домішкою

Інтенсивність випромінювання та сила осцилятора квантового переходу між основними станами електрона та дірки в дипольному наближенні пропорційна квадрату інтеграла перекриття їх хвильових функцій [11]

$$F_{10-10} \sim E^{-1} \left| \int \Psi_{10}^e(\vec{r}_e) \Psi_{10}^h(\vec{r}_h) \delta(\vec{r}_e - \vec{r}_h) dV \right|^2, \quad (11)$$

де E – енергія квантового переходу, що визначається енергіями основного стану електрона та дірки з врахуванням взаємодії з домішкою та враховує електрон-діркову взаємодію:

$$E = E_{10}^e + E_{10}^h + E_g - E_{ex}. \quad (12)$$

У числових розрахунках використовувались наступні параметри наносистеми ZnS/ CdS/ SiO₂:

$$m_0^e = 0,28 m_e, \quad m_0^h = 0,49 m_e, \quad m_1^e = 0,2 m_e,$$

$$m_1^h = 0,7 m_e, \quad m_2^e = 0,42 m_e, \quad m_2^h = 1,0 m_e,$$

$$V_0^e = 0,5 eB, \quad V_0^h = 0,62 eB, \quad V_2^e = 2,7 eB,$$

$$V_2^h = 3,9 eB, \quad \varepsilon_0 = 8,25, \quad \varepsilon_1 = 5,5,$$

$$\varepsilon_2 = 3,9 \quad \text{та} \quad \text{CdS/ZnS/SiO}_2: \quad m_0^e = 0,2 m_e,$$

$$m_0^h = 0,7 m_e, \quad m_1^e = 0,28 m_e, \quad m_1^h = 0,49 m_e$$

$$m_2^e = 0,42 m_e, \quad m_2^h = 1,0 m_e \quad V_1^e = 0,5 eB,$$

$$V_1^h = 0,62 eB, \quad V_2^e = 2,7 eB, \quad V_2^h = 3,9 eB, \quad \varepsilon_0 = 5,5,$$

$$\varepsilon_1 = 8,25, \quad \varepsilon_2 = 3,9.$$

Результати числових розрахунків сили осцилятора квантових переходів між основними станами електрона та дірки в багатошарових квантових точках CdS/ZnS/SiO₂ та ZnS/CdS/SiO₂ з донорною домішкою наведено на рис.2-3 (суцільні лінії). Для порівняння на рисунках наведено величини сил осциляторів міжзонних переходів за відсутності домішки F_{10-10}^0 (штрихові лінії). З рисунків видно, що наявність домішки знижує інтенсивність випромінювання в обох наносистемах. Сила осцилятора немонотонно залежить від положення домішки при різних розмірах шарів наносистеми. Таку поведінку залежностей легко зрозуміти з аналізу

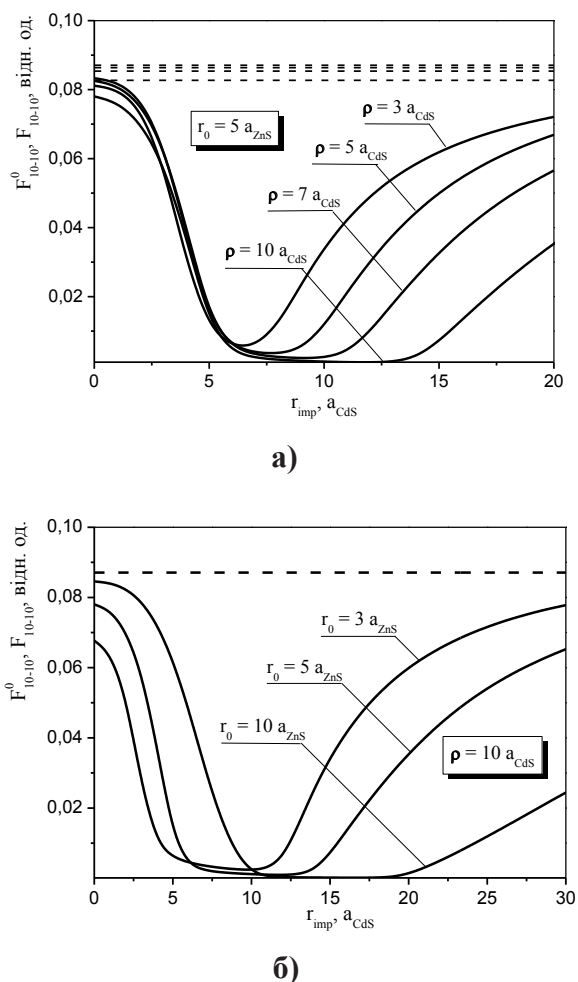


Рис.2. Залежність сил осцилятора міжзонних квантових переходів від положення домішки r_{imp} у СКТ $ZnS/CdS/SiO_2$
 а) з фіксованим радіусом ядра $r_0 = 5 a_{ZnS}$ при $\rho = 3, 5, 7, 10 a_{CdS}$.
 б) з фіксованою товщиною шару-оболонки $\rho = 10 a_{CdS}$ при $r_0 = 3, 5, 7, 10 a_{ZnS}$.

розподілу густини ймовірності знаходження електрона та дірки при різних положеннях домішки в наносистемах $ZnS/CdS/SiO_2$ та $CdS/ZnS/SiO_2$, зображених на рис.4 та рис.5 відповідно. З рисунків видно, що в обох наносистемах найбільше значення сили осцилятора відповідає випадку центральної домішки, коли вона мало впливає на величину перекриття хвильових функцій квазічастинок. Найбільше просторове розділення квазічастинок в наносистемі спостерігається у випадку, коли донорна домішка розміщена в потенціальній ямі. Електрон локалізується біля домішки, а дірка зміщується в протилежний бік від донорної домішки, в результаті чого інтеграл перекриття хвильових функцій квазічастинок зменшується і сила осцилятора квантового переходу

приймає мінімальне значення. У випадку домішки, розміщеної на межі КТ чи зовні неї, зв'язок електрона з домішкою зменшується і сила осцилятора зростає досягаючи значення, характерного для квантової точки без домішки. З рис.4-5 видно, що найбільшого розділення зарядів можливо досягнути у сферичній наносистемі з центральним потенціальним бар'єром. У такій наносистемі залишається відчутний вплив зовнішніх зарядів на інтенсивність міжзонних квантових переходів, що може використовуватись в сенсорах. Для вибору оптимальних розмірів наносистеми, при яких цей вплив буде максимальним, на рис.6 наведено залежність різниці сили осцилятора міжзонного квантового переходу з домішкою на границі КТ та сили осцилятора без домішки від радіуса потенціального бар'єру-ядра при різних товщинах квантової ями-оболонки.

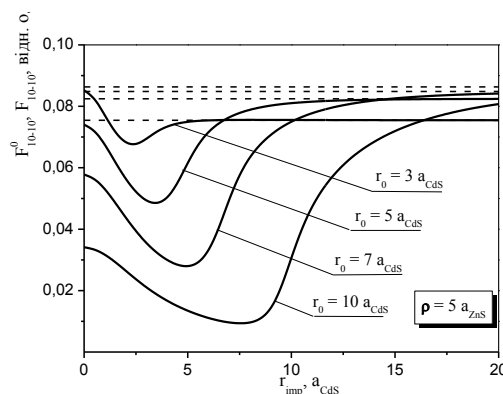


Рис.3. Залежність сил осцилятора міжзонних квантових переходів від положення домішки r_{imp} у СКТ $CdS/ZnS/SiO_2$ з фіксованою товщиною оболонки $\rho = 5 a_{ZnS}$ при різних значеннях радіуса ядра: $r_0 = 3, 5, 7, 10 a_{CdS}$.

З рис.6 видно, що наносистема з меншими розмірами ядра та оболонки більш чутлива до зовнішніх зарядів. При збільшенні радіуса ядра усі залежності досягають насичення і зменшується вплив товщини оболонки на різницю сил осциляторів.

3. Висновки

У роботі варіаційним методом отримано розв'язки рівняння Шредінгера для двохшарової квантової точки з домішкою. Виконано теоретичні дослідження впливу донорної домішки при різних її положеннях на інтенсивність міжзонних квантових переходів у сферичних наносистемах $ZnS/CdS/SiO_2$ та $CdS/ZnS/SiO_2$.

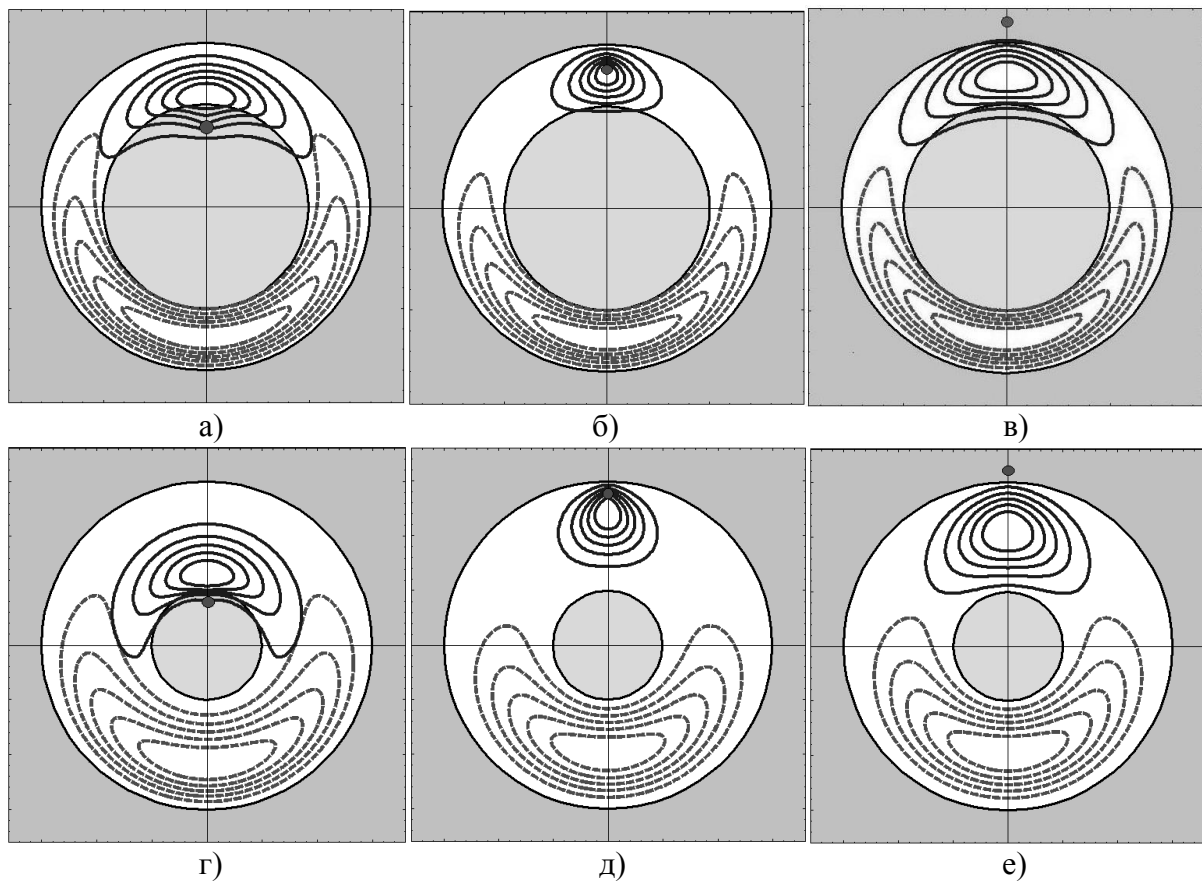


Рис.4. Розподіл густини ймовірності знаходження електрона та дірки в наносистемі ZnS/CdS/SiO_2 з геометричними розмірами: $r_0 = 5a_{\text{ZnS}}$; $\rho = 3a_{\text{CdS}}$ а-в), $10a_{\text{CdS}}$ г-е) при різних положеннях домішки $r_{\text{imp}} = 4 a_{\text{ZnS}}$ а,г), $7 a_{\text{ZnS}}$ б), $9 a_{\text{ZnS}}$ в), $14 a_{\text{ZnS}}$ д), $16 a_{\text{ZnS}}$ е).

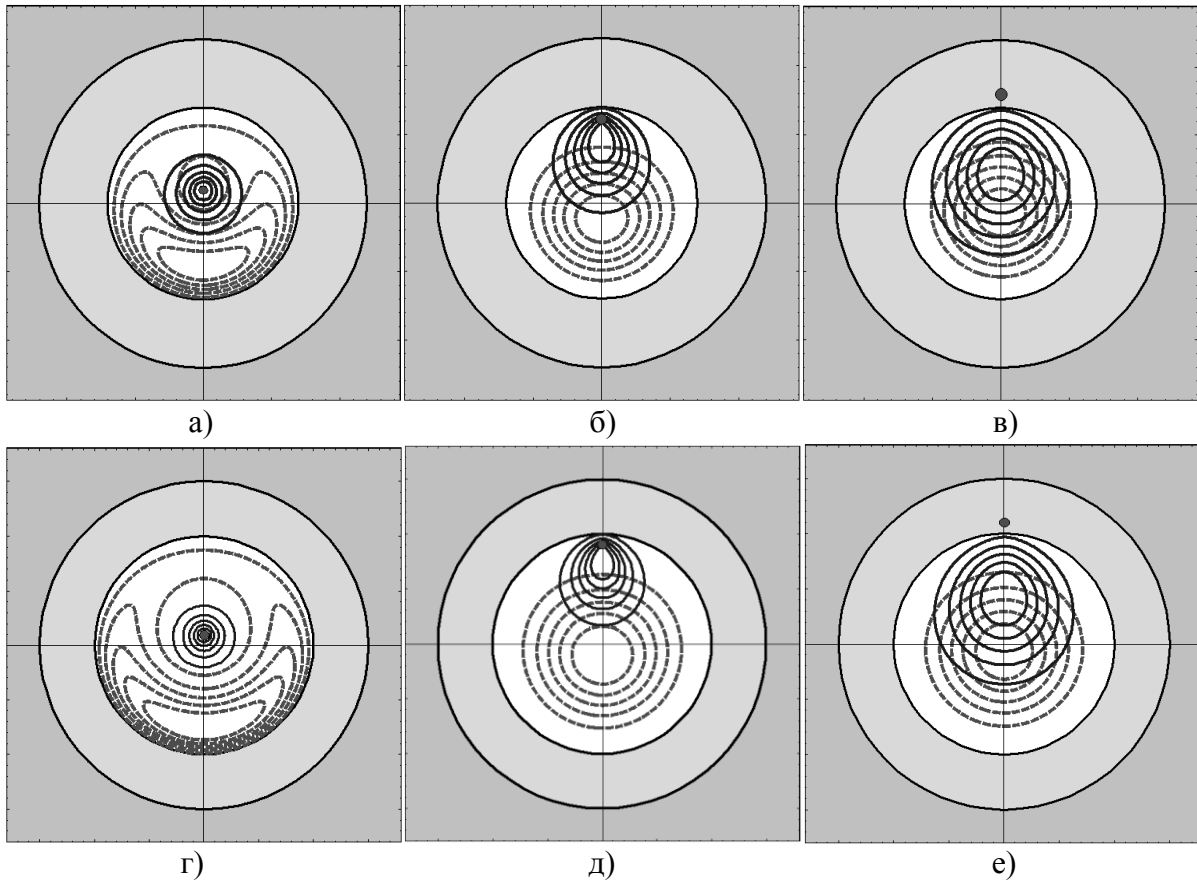


Рис.5. Розподіл густини ймовірності знаходження електрона та дірки в наносистемі CdS/ZnS/SiO₂ з геометричними розмірами: $\rho = 5a_{\text{ZnS}}$; $r_0 = 7a_{\text{CdS}}$, а-в), $10a_{\text{CdS}}$ г-е) при різних положеннях домішки $r_{\text{imp}} = 1.0 a_{\text{CdS}}$ а,г), $6 a_{\text{CdS}}$ б), $8 a_{\text{CdS}}$ в), $9 a_{\text{CdS}}$ д), $11 a_{\text{CdS}}$ е).

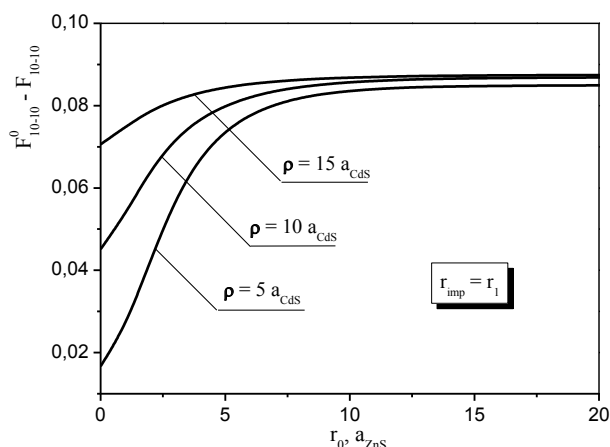


Рис.6. Різниця сил осцилятора у СКТ ZnS/CdS/SiO₂ з домішкою на границі СКТ та без неї від радіуса ядра при різних товщинах оболонки: $\rho = 5, 10, 15 a_{CdS}$

Показано, що внаслідок розділення зарядів домішкою сила осцилятора квантового переходу між основними станами електрона та дірки зменшується. У наносистемі ZnS/CdS/SiO₂ з потенціальним бар'єром, що створюється ядром ZnS та потенціальною ямою CdS, розділення зарядів відбувається в більшій мірі, ніж у наносистемі CdS/ZnS/SiO₂ чи простій сферичній квантовій точці. Отже, для створення сенсорів зовнішніх зарядів, що працюють на основі зміни інтенсивності випромінювання, більш ефективними будуть багаточарові наносистеми з сферичною оболонкою, що утворює потенціальну яму, ніж наносистеми з оболонкою-бар'єром.

Сисок використаної літератури

1. Frasco M. F., Chaniotakis N., Semiconductor Quantum Dots in Chemical Sensors and Biosensors// Sensors. – 2009. – V.9, P.7266-7286.
2. Yu-San Liu, Yinghua Sun, Thomas Vernier, Chi-Hui Liang, Suet Ying Christine Chong, Martin A. Gundersen, pH-sensitive Photoluminescence of CdSe/ZnSe/ZnS Quantum Dots in Human Ovarian Cancer Cells//J Phys Chem C Nanomater Interfaces. – 2007. – V.111, №7. – P.2872-2878.
3. Demir H. V., Nizamoglu S., Mutlugun E., Ozel T., Sampra S., Gaponik N., Eychmuller A., Tuning shades of white light with multi-color quantum-dot-quantum-well emitters based on onion-like CdSe-ZnS heteronanocrystals// Nanotechnology. – 2008. – V.19. – P.335203(6).
4. Tkach M., Holovatsky V., Voitsekhyvska O., Min'kova M., Exciton-phonon interaction in spherical nanoheterosystem CdS/HgS/H₂O Phys. Stat. Sol. – 1997. – V.203, № 2. – P.373-386.
5. Holovatsky V., Makhanets O., Voitsekhyvska O., Oscillator strengths of electron quantum transitions in spherical nanosystems with donor impurity in the center // Physica E. – 2009. – V.41. – P.1522-1526.
6. Yilmaz S., Safak H., Oscillator strengths for the intersubband transitions in a CdS-SiO₂ quantum dot with hydrogenic impurity// Physica E. – 2007. – V.36. – P.40-44.
7. Boichuk V. L., Bilynskyi I. V., Leshko R. Ya., Voronyak L. Ya., Stationary and quasistationary states of hydrogenic impurity in a spherical quantum antidot // Ukr. J. Phys. – 2009. – V.54, № 10. – P.1021-1026.
8. Taş H., Şahin M., The electronic properties of a core/shell/well/shell spherical quantum dot with and without a hydrogenic impurity// J. Appl. Phys. – 2012. – V.111. – P.083702.
9. Sadeghi S., Impurity binding energy of excited states in spherical quantum dot// Physica E. – 2009. – V.41. – P.1319.
10. Ткач Н. В., Головацкий В. А., Франкив І. Б., Примесные состояния электронов в сферических наносистемах// Наносистеми, наноматеріали, нано-технології. – 2011. – Т. 9, № 4. – С.783-794.
11. Alen B., Bosch J., Granados D., Martinez-Pastor J., Garcia J., Gonzalez L., Oscillator strength reduction induced by external electric fields in self-assembled quantum dots and rings// Phys.Rev. B. – 2007. – V.75. – P.045319(7).